

Connexions entre pièces

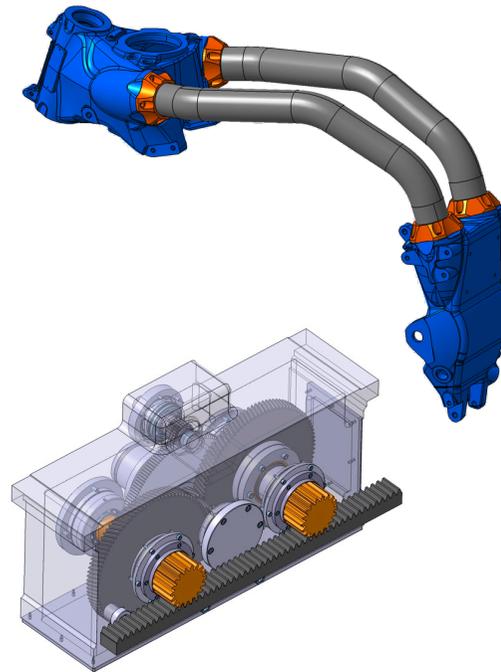
Intérêts et limites, notion d'erreur

- François Louf
 - ✓ Maître de Conférences
 - ✓ DGM - ENS de Cachan

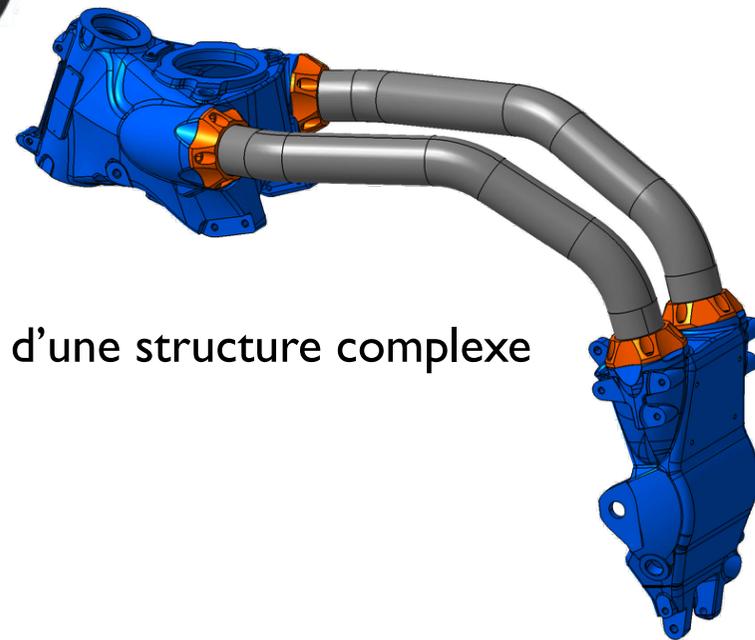


Plan de l'exposé

- Présentation du premier support
 - ✓ Rigidité d'un cadre de moto
 - ✓ Comparaison avec un essai
- Présentation du second support
 - ✓ Dimensionnement d'une frette conique
 - ✓ Comparaison avec un calcul de référence
- Atouts et limites du calcul d'assemblages
- Estimation d'erreur : un outil fiable ?
 - ✓ Notion d'erreur exacte et estimée
 - ✓ Mise en oeuvre de l'estimateur ZZI sur un cas ID
 - ✓ Mise en oeuvre de l'estimateur ZZI sur un cas avec connexions
- Conclusions



Connexions entre pièces



- Premier support : analyse globale d'une structure complexe



Présentation du premier support

- Problématique : réduction du coût et de la masse d'un cadre de moto à rigidité constante
 - ✓ Dossier industriel de Grégory Guire (Agrégation Mécanique 2006)
 - ✓ Partenariat avec Voxan

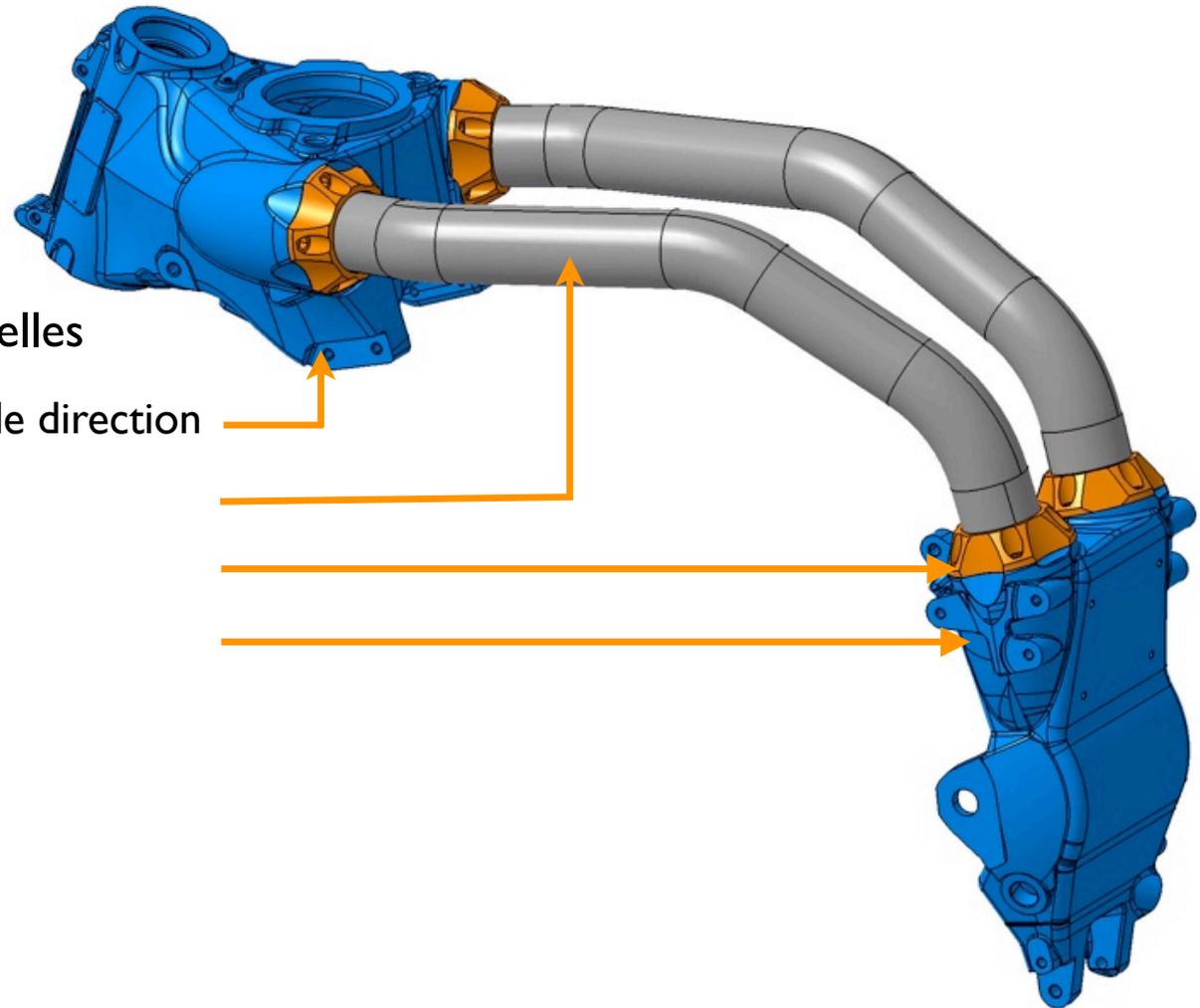
- Démarche de résolution suivie
 - ✓ Qu'est ce que la rigidité d'un cadre ?
 - Flexion
 - Torsion
 - ✓ Identification des deux rigidités de la structure actuelle via deux essais
 - ✓ Validation d'un modèle éléments finis représentant la structure actuelle
 - ✓ Proposition de modifications structurelles
 - ✓ Validation ou pas des modifications par essais virtuels



Analyse de la structure existante

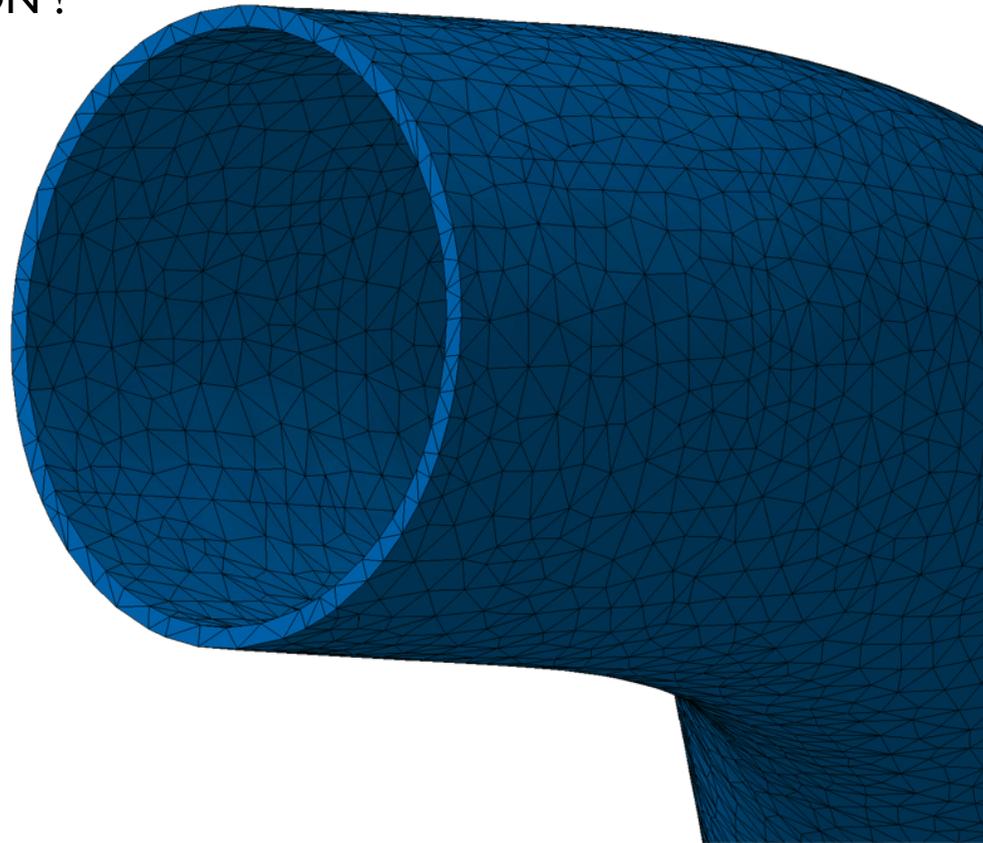
■ Les pièces essentielles

- ✓ Carter colonne de direction
- ✓ Tubes (x2)
- ✓ Colerettes
- ✓ Carter d'huile
- ✓ Vis d'assemblage



Démarche de modélisation I

- Construire l'assemblage des pièces participant à la rigidité du cadre
 - ✓ Appliquer les contraintes d'assemblage
- Construire un modèle EF directement ?
 - ✓ NON !

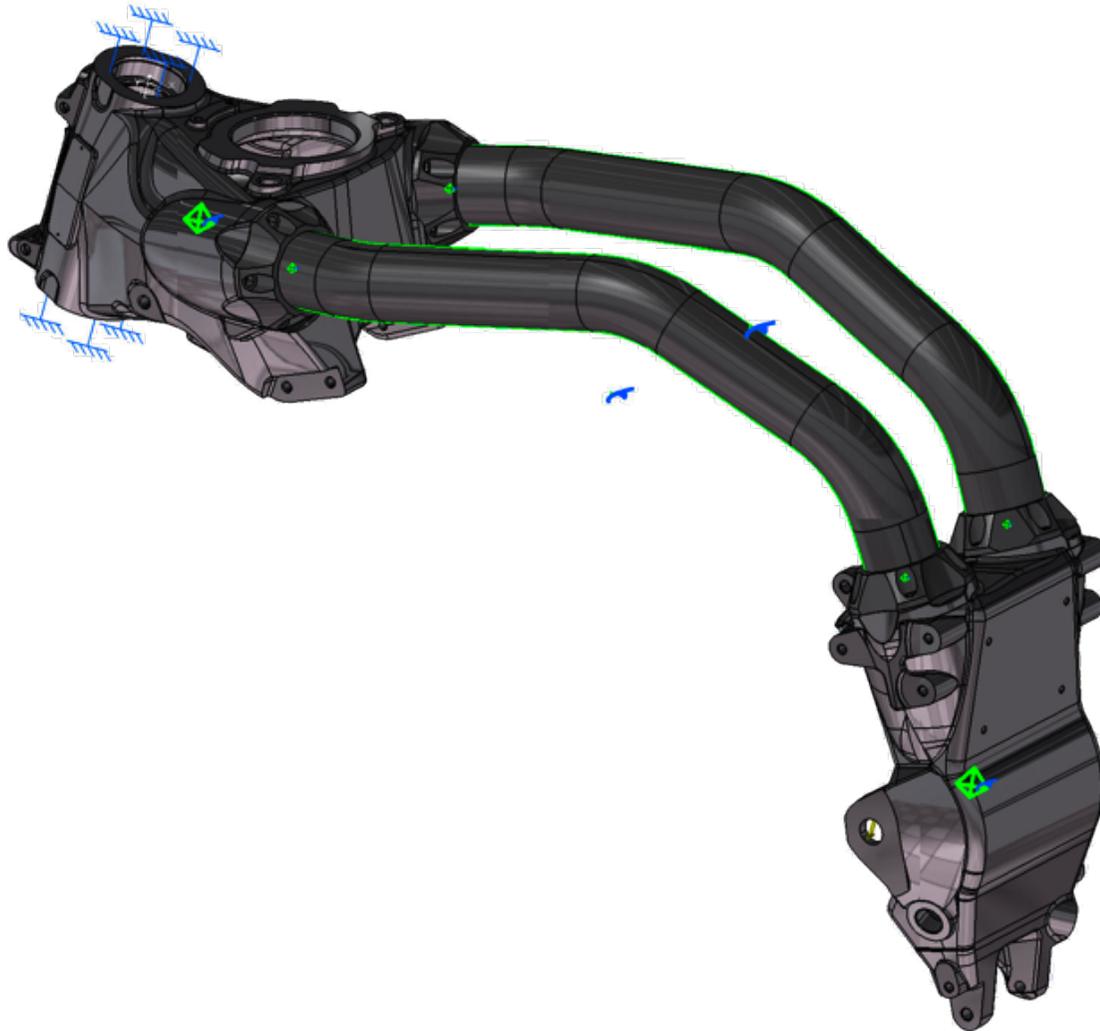


Démarche de modélisation II

- Solution
 - ✓ Utiliser un maillage hybride constitué d'éléments massifs pour les carters, et coques pour les tubes
- Extraire la surface moyenne des tubes, et lui appliquer un matériau
- Reconstruire l'assemblage (hybride) des pièces participant à la rigidité du cadre
 - ✓ Appliquer les contraintes d'assemblage
- Définir les connexions entre les différentes sous-structures
 - ✓ Connexions "soudées" : tous les ddl sont transmis 
 - ✓ Éléments coques : 6 ddl par noeud (ux, uy, uz, rx ry rz)
 - ✓ Éléments massifs : 3 ddl par noeud (ux, uy, uz)



Comparaison essai-modèle EF



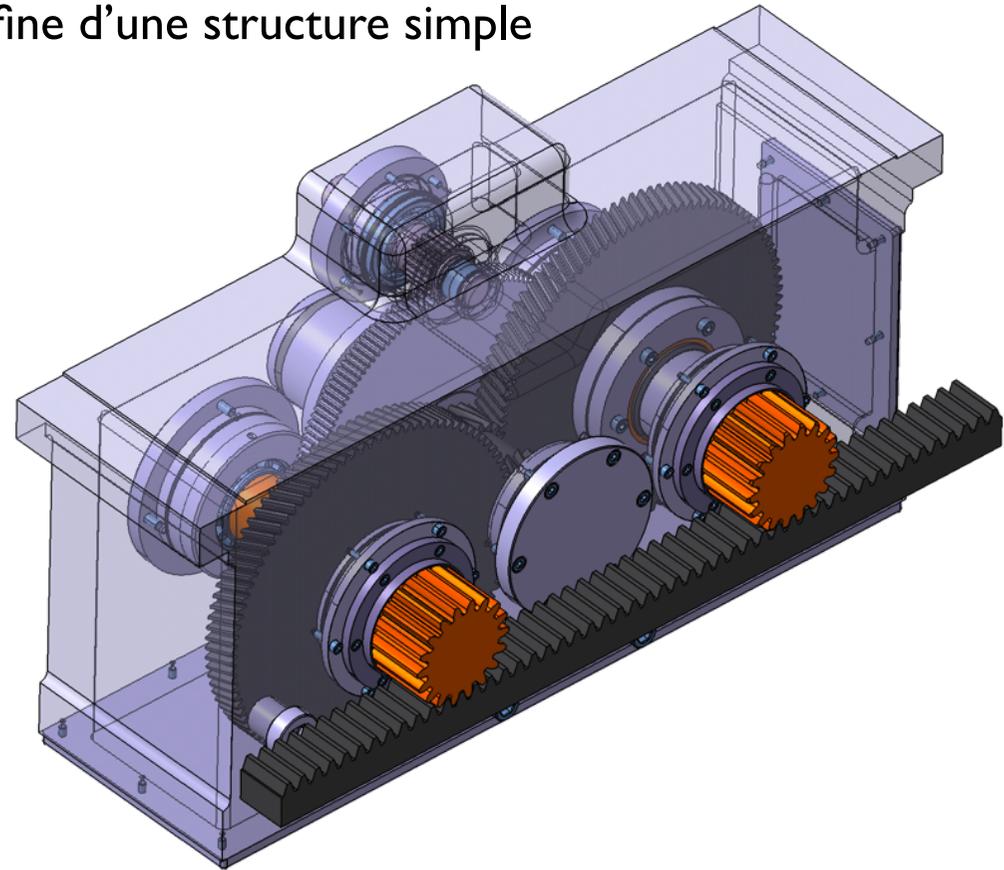
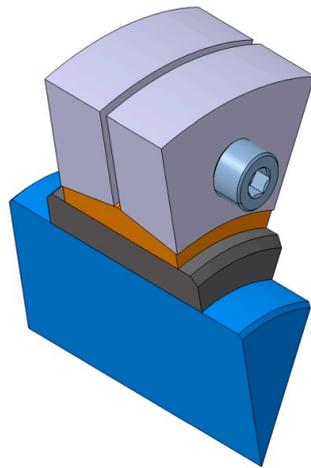
Bilan du premier exemple

- La possibilité de connexions entre maillages hybrides permet de traiter des exemples inaccessibles avec des maillages homogènes
- Le calcul permet de trouver des résultats proches de résultats expérimentaux
- Les quantités comparées sont très globales
 - ✓ Déplacement à une extrémité de la structure
- La connexion d'éléments coques et massifs pose de vrais problèmes sur le fond
 - ✓ degrés de liberté différents
 - ✓ risque d'erreurs numériques localement importantes



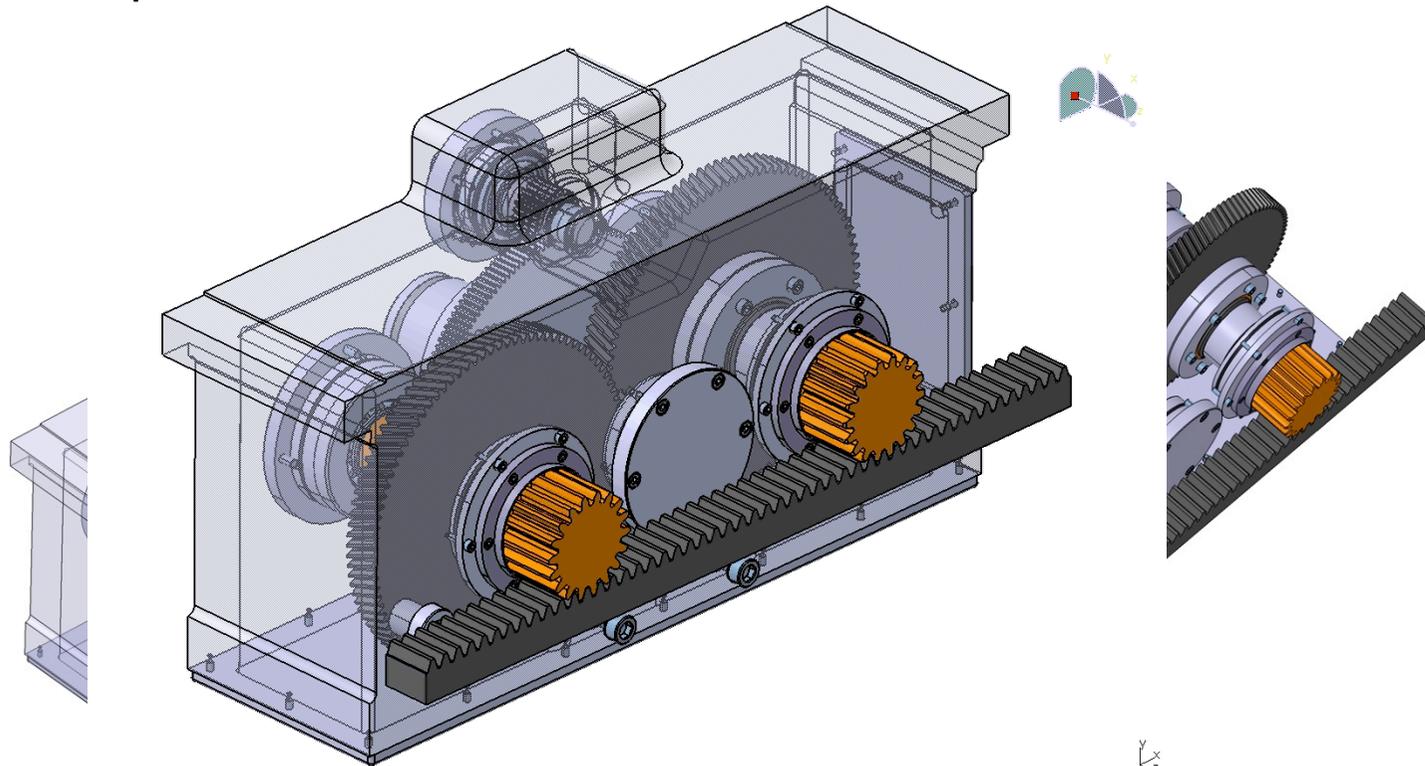
Connexions entre pièces

- Second support : analyse fine d'une structure simple



Présentation du second exemple

- Boite d'avance de machine-outil (Henri Line)
 - ✓ Sujet de BE (agrégation de mécanique 1999)
 - ✓ Développé pour des "BE numériques" à l'ENS de Cachan (MI)
- Principe



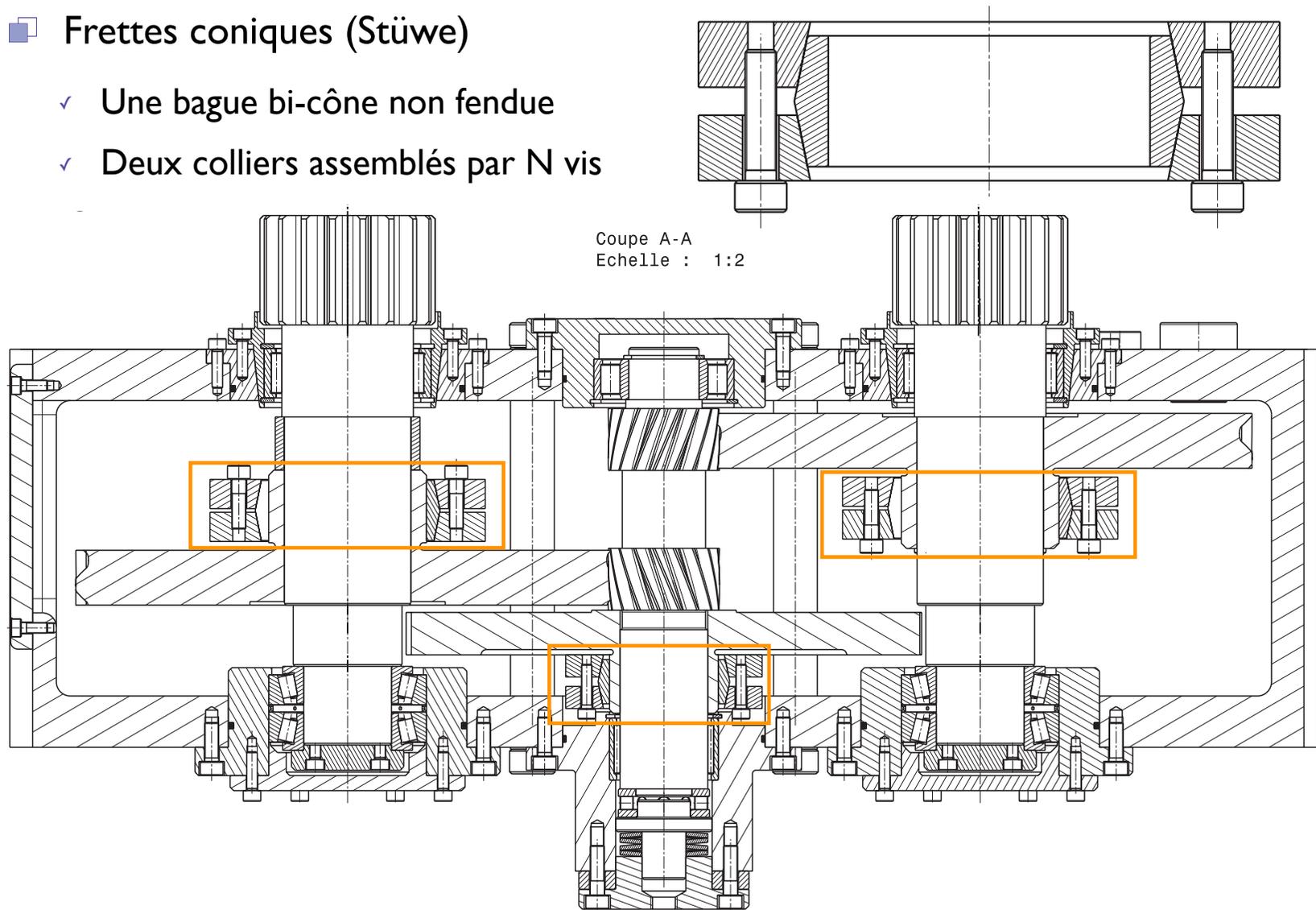
Etudes menées avec des étudiants

- Problèmes liés à la précision de la machine
 - ✓ Jeux
 - ✓ Calcul des déformations sous charge
 - Flexion des dents
 - Flexion, torsion des arbres
 - Déformations dans les roulements
- Solutions envisagées par le constructeur
 - ✓ Deux arbres de sortie, dentures hélicoïdales, précharge par rondelles élastiques
 - ✓ Montages de roulements hyperstatiques et précontraints
- Problèmes liés à la transmission du couple (sortie)
 - ✓ Couple à transmettre : 2250 N.m
 - ✓ Transmission sans jeu
 - ✓ Montage possible (calage angulaire) ?



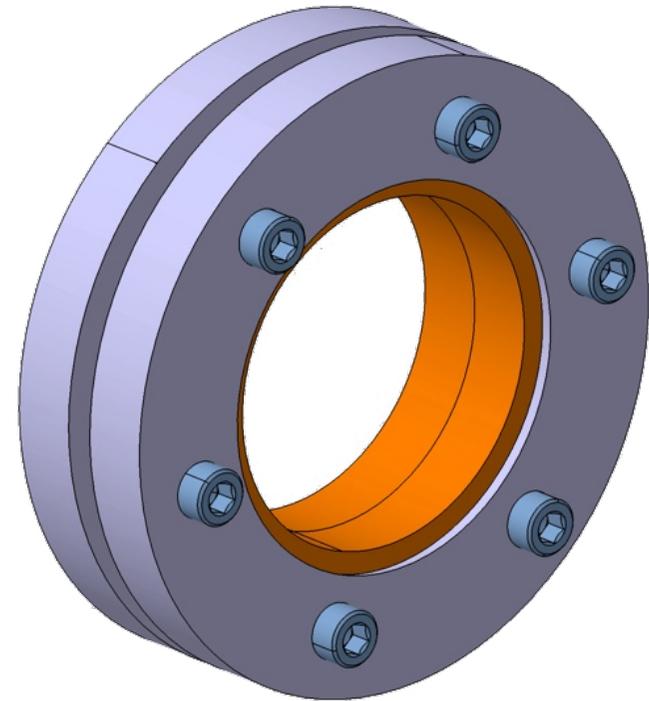
Solution constructeur

- Frettes coniques (Stüwe)
 - ✓ Une bague bi-cône non fendue
 - ✓ Deux colliers assemblés par N vis



Modélisation continue du problème

- Première simplification : frottement sur les cônes négligé
- Deuxième simplification : prise en compte des symétries
 - ✓ Périodicité : modélisation d'un secteur angulaire (angle $2\pi/N$)
- Troisième simplification : sans les vis
 - ✓ Les vis sont remplacées par des pressions uniformes à calculer
 - ✓ Une symétrie axiale apparaît
 - ✓ Le problème devient axisymétrique
 - ✓ Modèle le plus simple et le moins coûteux !
- Calcul de la précharge
 - ✓ Couple de serrage imposé par constructeur
 - ✓ Calcul du couple de frottement sous tête
 - ✓ Calcul du couple de frottement dans les filets
 - ✓ Obtention de la relation liant :
 - couple de serrage et précharge



Modélisation éléments finis dans CATIA

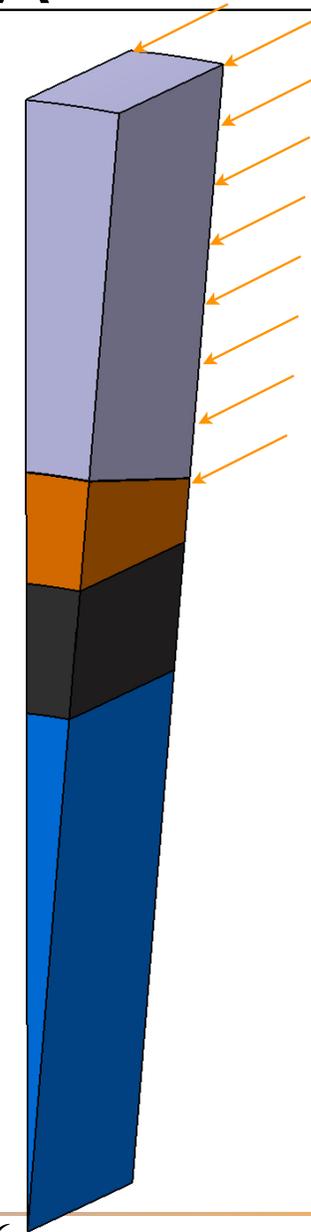
- Géométrie
 - ✓ Pas d'éléments axisymétriques dans CATIA
 - ✓ Calcul sur un secteur angulaire quelconque
- Conditions aux limites
 - ✓ Symétrie axiale (arbre, roue, bi-cône) 
 - ✓ Axisymétrie (sur tous les flancs) 
- Chargement
 - ✓ Pression uniforme sur le collier (calculée) 
- Liaisons entre solides
 - ✓ Contact sans frottement entre 
 - › arbre et roue avec jeu (donnée constructeur)
 - › roue et bi-cône (donnée constructeur)
 - › bi-cône et collier

Collier

Cone

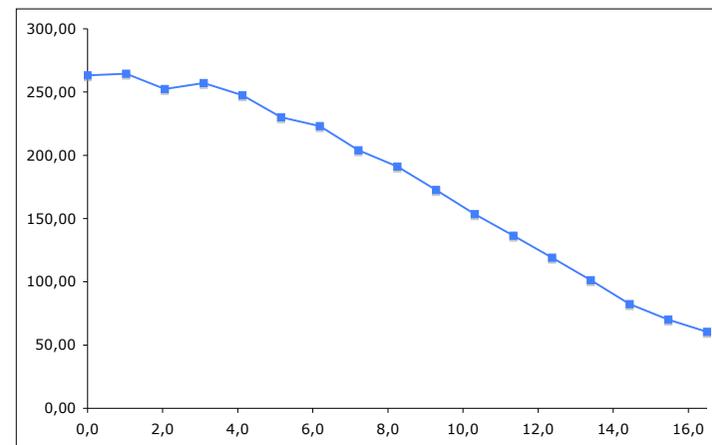
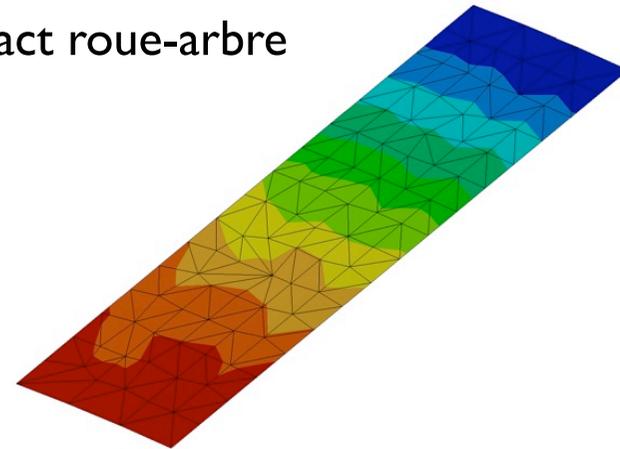
Roue

Arbre



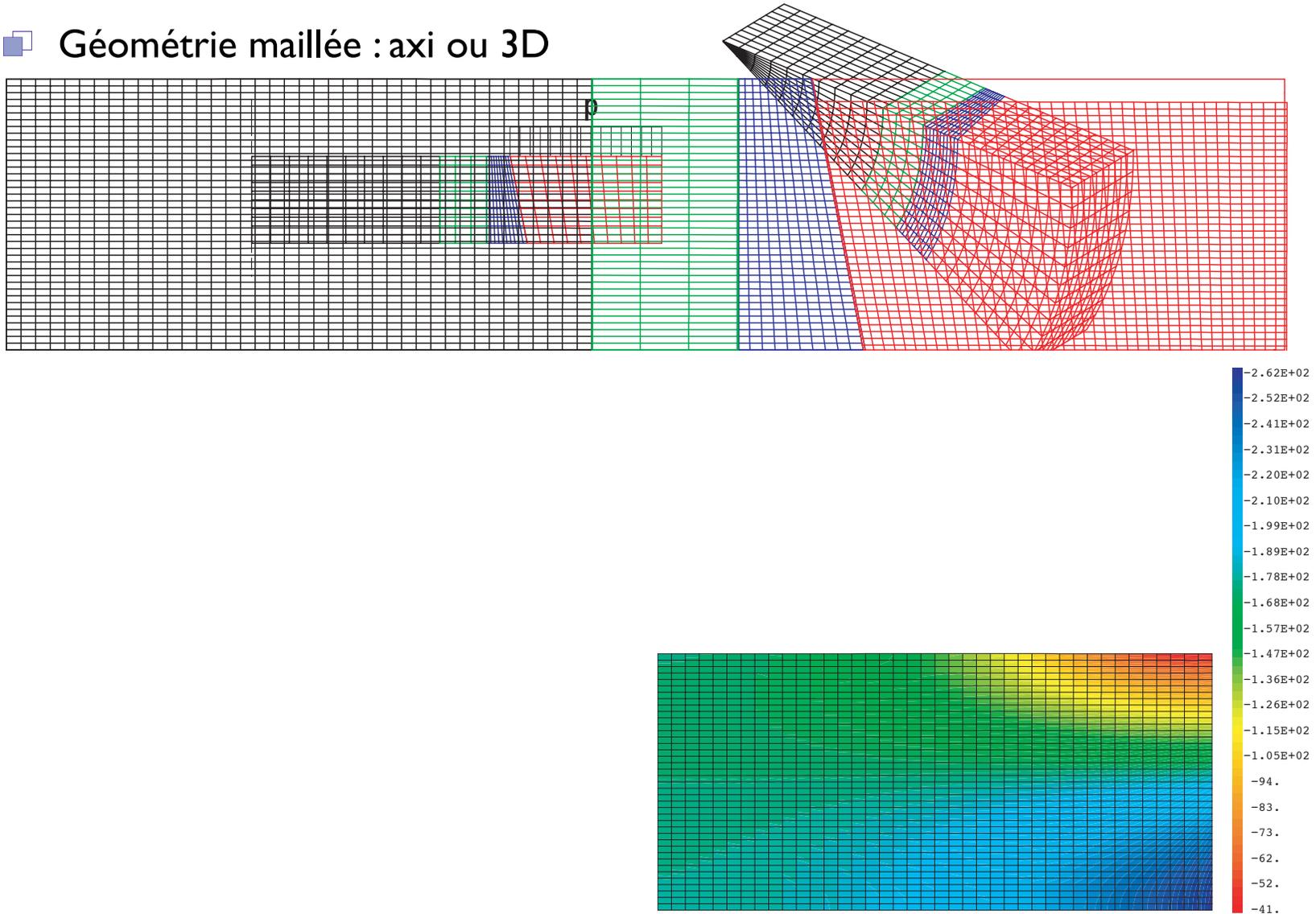
Résultats

- Obtention du champ de pression au contact roue-arbre
 - ✓ A peu près axisymétrique
 - ✓ Mais maillage non axisymétrique
 - ✓ Pression lissée : valeurs aux noeuds
 - ✓ Export des résultats en fichier texte
- Evolution de la pression sur un bord
 - ✓ Récupérer dans Excel les valeurs sur un bord
 - ✓ Tracer la pression
 - Pression mini : 60 MPa
 - Pression maxi : 264 MPa
 - ✓ Intégrer : ($\mu = 0.15$)
 - Couple : 7220 N.m
 - Effort : $2.01E+5$ N



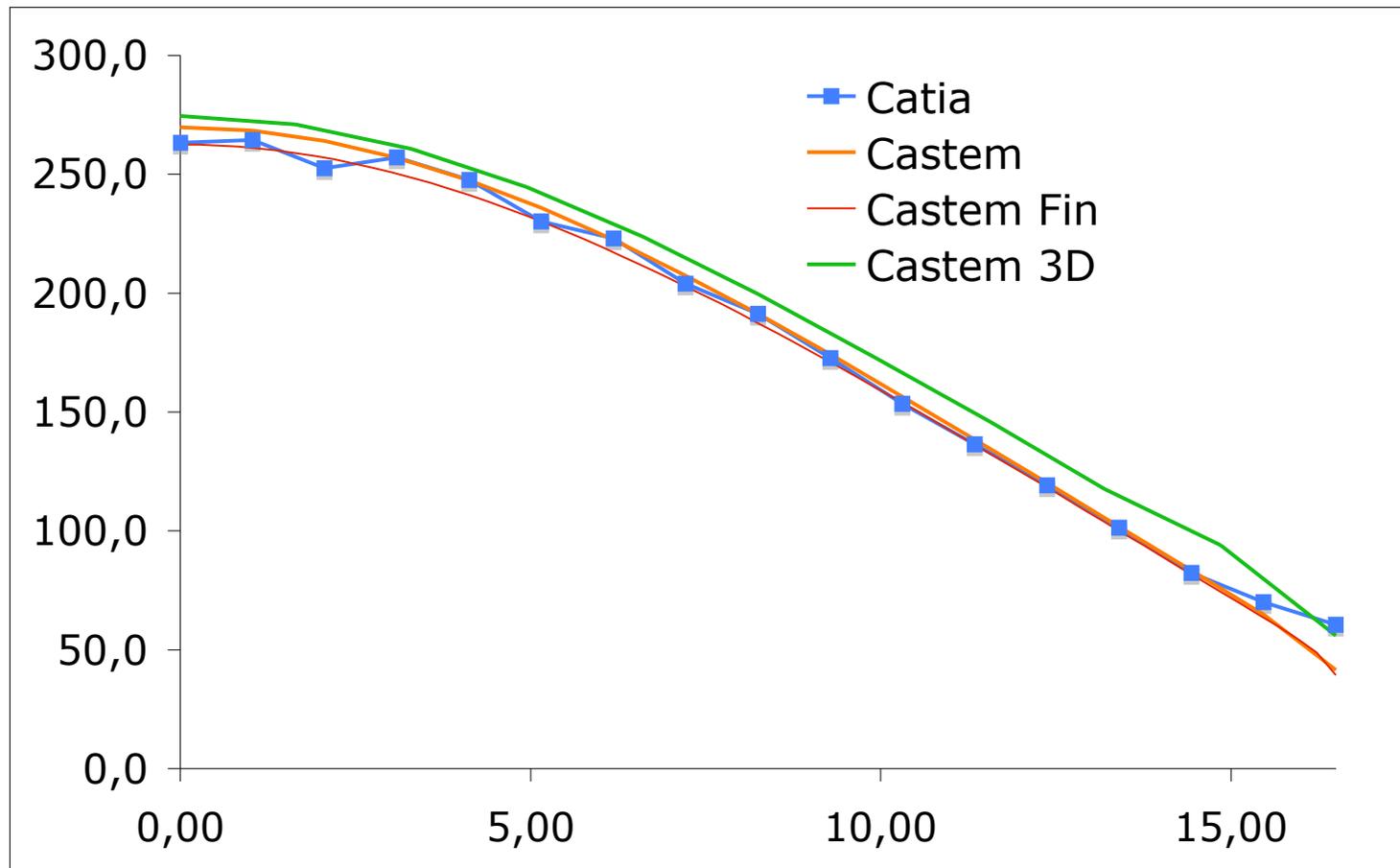
Calcul similaire dans Cast3M

■ Géométrie maillée : axi ou 3D



Comparaison Catia - Castem

■ Comparaison des répartitions de pression



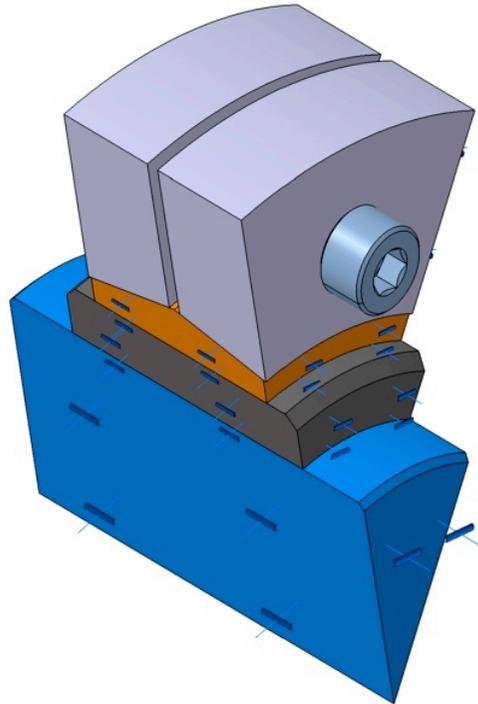
Informations sur le traitement du contact

- Dans Castem (maillages compatibles)
 - ✓ On boucle sur les noeuds de la surface (1)
 - ✓ On trouve le noeud en vis à vis sur la surface (2)
 - ✓ On calcule la normale de contact
 - ✓ On écrit la condition de non-pénétration (ou de collage) sur les degrés de liberté impliqués (opérateur RELA)
- Dans Catia (maillages incompatibles)
 - ✓ On boucle sur les noeuds de la surface (1)
 - ✓ On calcule la normale de l'élément (E2) de la surface (2) en vis à vis du noeud
 - ✓ On projette le noeud selon la normale sur (E2) : on obtient un noeud virtuel
 - ✓ Le déplacement de ce noeud virtuel est une combinaison linéaire des déplacements des noeuds de l'élément (E2)
 - ✓ On écrit une relation entre les degrés de liberté impliqués



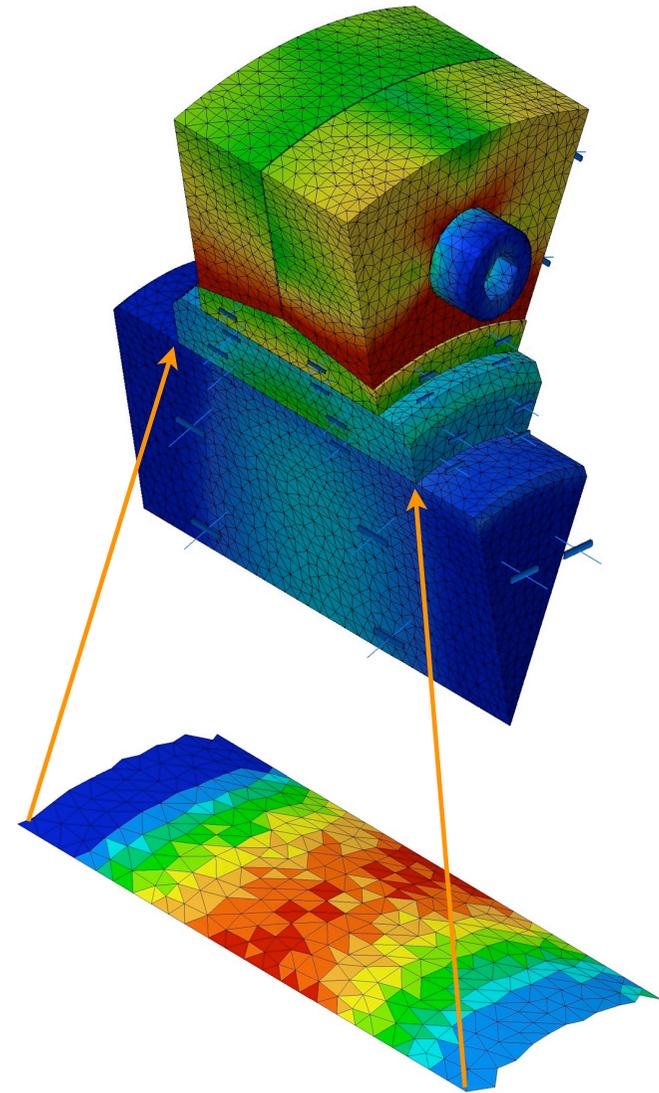
Qualité de la modélisation simple ?

- Approximation sans vis correcte ?
 - ✓ Calcul CATIA avec vis et précharge sur un secteur angulaire $2\pi/N$
 - ✓ Roue plus longue que la bague bi-cône



Résultats du calcul complet

- Contrainte de Von Mises
- Pression au contact roue-arbre
 - ✓ Pression maxi : 219 MPa
 - ✓ Pression mini : 0 MPa
- La pression est non nulle sur une zone plus longue que la bague bi-cône
 - ✓ La valeur maximale est plus faible

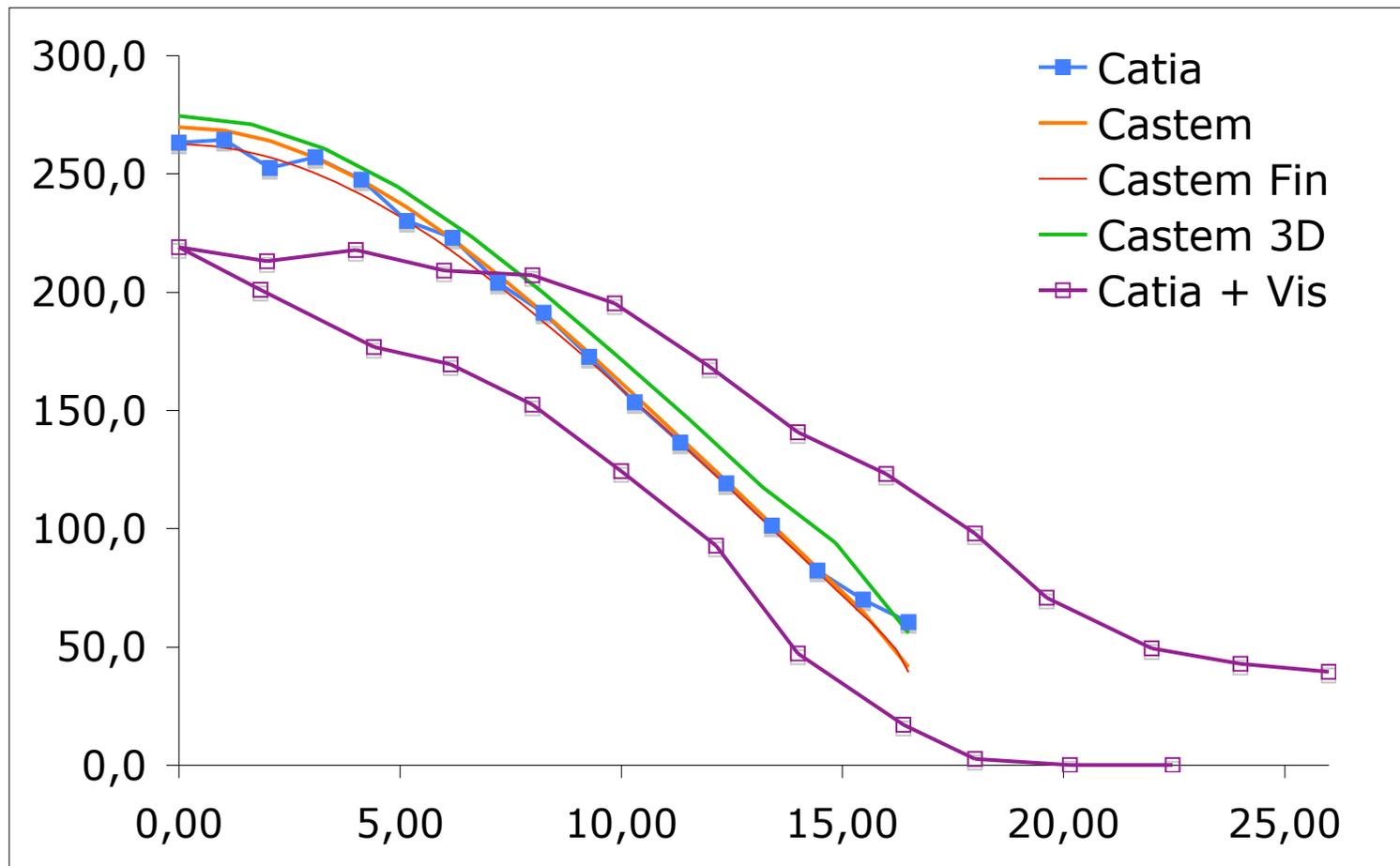


Comparaison des pressions

■ Pression le long du contact

✓ Couple : 7232 N.m

✓ Effort : 2.09E5 N



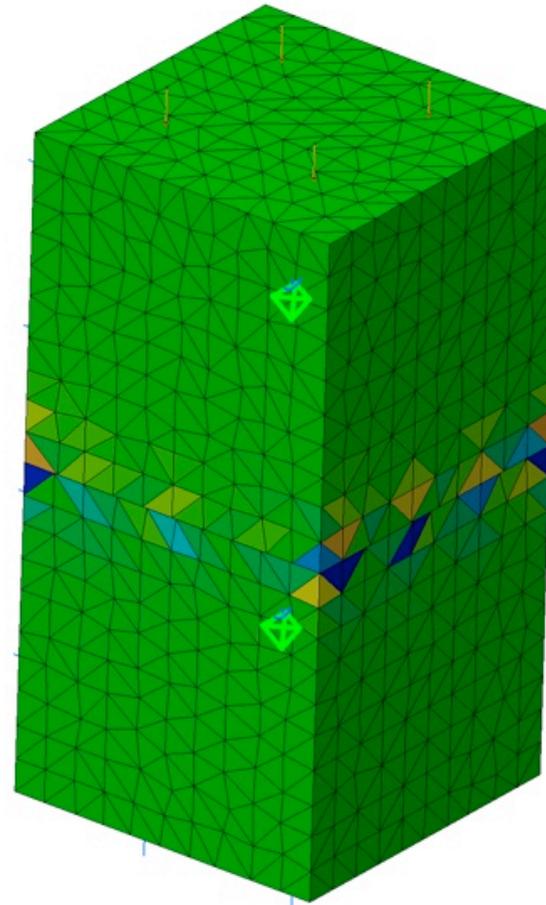
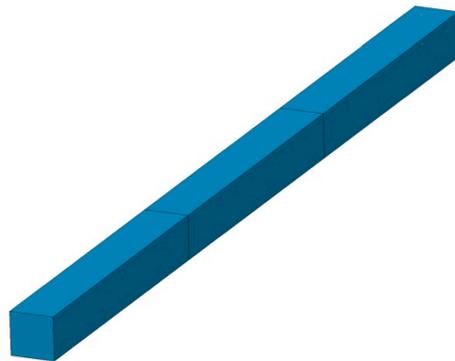
Conclusion partielle

- Le calcul Catia semble de bonne qualité
- Il est difficile de faire un post-traitement fin
- Maillages a priori incompatibles aux interfaces
 - ✓ Assez difficile de faire des maillages compatibles
 - ✓ Problèmes pour les connecter
- Est-ce pénalisant de faire des calculs avec maillages incompatibles ?



Un peu d'estimation d'erreur

- L'estimation d'erreur dans Catia
 - ✓ Intérêt d'un estimateur d'erreur
 - ✓ Contenu scientifique de l'outil
 - ✓ Un outil fiable ?



Exemple test académique

■ Problème posé

- ✓ Deux solides parallélépipédiques identiques (géométrie et matériaux)
- ✓ Solidaires au niveau de l'interface
- ✓ Sollicités en compression

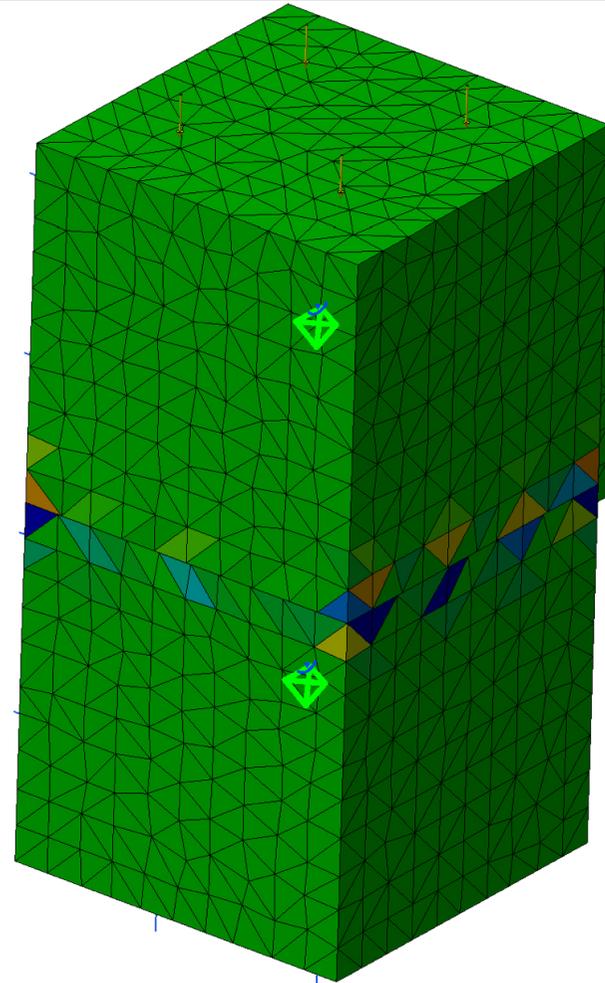
■ Solution exacte

- ✓ Compression pure : une seule composante du tenseur des contraintes est non-nulle
- ✓ Sa valeur est celle de la pression



Résultats et erreur exacte

- Si on laisse faire Catia
 - ✓ Tracé de la composante non-nulle
- Erreur maximale pour le calcul
 - ✓ Sur la contrainte non nulle : 30%
 - Contrainte maxi éléments finis : 130 MPa
 - Contrainte maxi exacte : 100 MPa

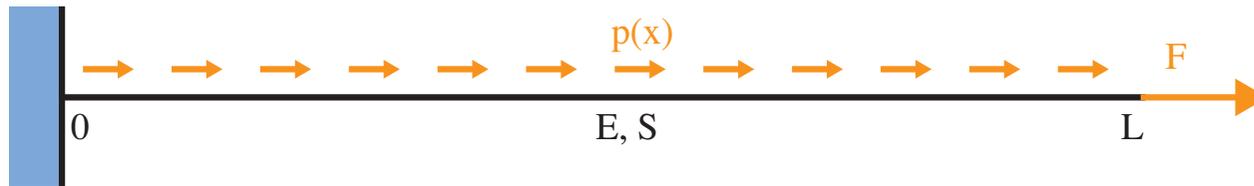


Notion d'estimation d'erreur

- La solution exacte est généralement inconnue (99.999% des cas !)
- Idée
 - ✓ Introduction d'un estimateur d'erreur
 - ✓ Estimateur global : idée sur la qualité du calcul
 - ✓ Estimateur local : idée sur la qualité d'une quantité d'intérêt
- Trois grands types d'estimateurs d'erreur
 - ✓ Lissage des contraintes (Zienkiewicz Zhu)
 - ✓ Résidus d'équilibre (Babuska Rheinboldt)
 - ✓ Erreur en relation de comportement (Ladevèze)
- Estimateur programmé dans Catia
 - ✓ ZZI (I pour première génération, le plus simple)
 - ✓ Il s'appelle plus positivement "précision" dans Catia 
 - ✓ Fonctionnement de cet estimateur ?
 - ✓ Performances de cet estimateur ?



Support d'étude très simple



■ Modèle continu (Cas 1D de traction compression)

- ✓ Equations de liaisons

$$u(x=0) = 0$$

- ✓ Equations d'équilibre

$$\frac{dN}{dx} + p(x) = 0 \quad \forall x \in [0, L] \quad \text{et} \quad N(L) = F$$

- ✓ Relation de comportement

$$N(x) = ES\varepsilon(x)$$

■ Objectif : comparer

- ✓ Erreur exacte
- ✓ Erreur calculée dans Catia : permet de vérifier la qualité de l'estimateur
- ✓ Erreur recalculée à la main : permet de vérifier ce qui est écrit dans la doc°



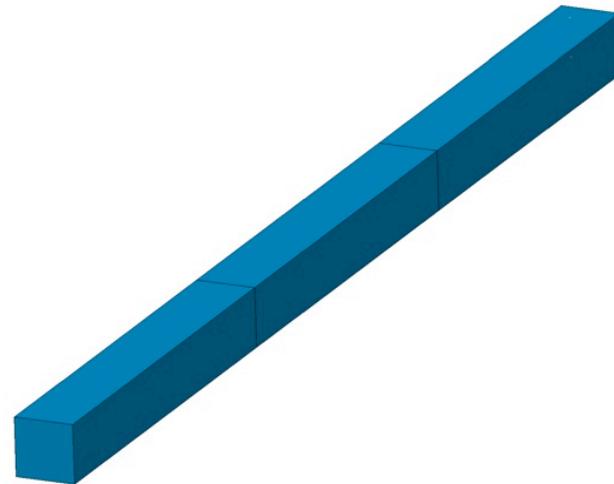
Calcul du cas ID dans Catia

■ Calcul EF ID

- ✓ Calcul sur un barreau en traction
- ✓ Un seul élément dans la section, trois éléments en longueur
- ✓ Exercer un effort de traction en bout
- ✓ Exercer un effort de traction volumique **linéaire** en important les valeurs à partir d'un tableau Excel

■ Résultats

- ✓ Contrainte de traction
- ✓ Erreurs globale, élémentaires, relative



Propriétés de la solution EF

- Un estimateur d'erreur est basé sur un des défauts (résidus) de la solution EF : il faut les connaître
- Propriétés de la solution éléments finis
 - ✓ Equations de liaison vérifiées
 - Formulation éléments finis en déplacement
 - ✓ Relation de comportement vérifiée
 - Quantité statique calculée à partir de la relation de comportement
 - ✓ Equations d'équilibre non vérifiées
 - Résidus intérieur et bord
 - **Contrainte non régulière à la traversée d'un élément**



Principe de ZZI

- Idée : Construction d'un champ de contraintes lissé
- ✓ Interpolé sur les fonctions de forme éléments finis $N^*(x) = [\Phi]\{N^*\}$
- ✓ Minimisant une distance (moindre carrés) avec le champ élément finis $N_h(x)$
- Calcul d'une erreur absolue

Catia

- ✓ Avec un sens énergétique

$$e_{ZZ1}^2 = \int_0^L [N_h(x) - N^*(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) - N^*(x)] dx$$

- Calcul d'une erreur relative

- ✓ Diviser par une énergie
- ✓ Plusieurs solutions :

- Energie de déformation

$$d^2 = \int_0^L N_h(x) \frac{1}{ES} N_h(x) dx$$

- Ou encore

$$d^2 = \int_0^L [N_h(x) + N^*(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) + N^*(x)] dx$$

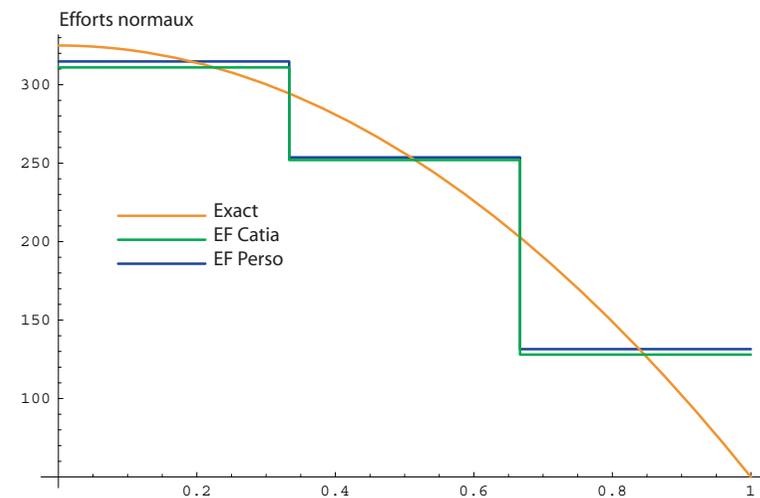
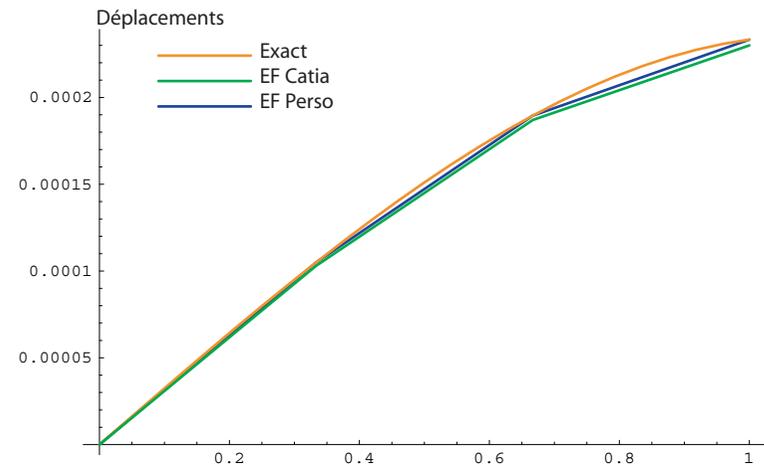
- Choix fait pour Catia

$$d^2 = \int_0^L N_h(x) \frac{1}{ES} N_h(x) dx + e_{ZZ1}^2$$



Comparaison des résultats EF, exacts

- Effort $p(x)$ linéaire
- Allure des déplacements
 - ✓ Solutions EF Catia et “à la main” proches
 - ✓ Propriété de super-convergence en ID
- Allure des efforts normaux
 - ✓ Calculés à partir de la relation de comportement
 - ✓ Discontinus
 - ✓ Equilibre bord non vérifié



Calcul du champ de contrainte lissé

Reconstruction du champ de contrainte lissé

- ✓ Minimisation d'un écart au sens des moindres carrés

$$\int_0^L [N_h(x) - N^*(x)]^2 dx = \{N^*\}^T \int_0^L [\Phi]^T [\Phi] dx \{N^*\} + \int_0^L [N_h(x)]^2 dx - 2 \int_0^L [\Phi] \{N^*\} N_h(x) dx$$

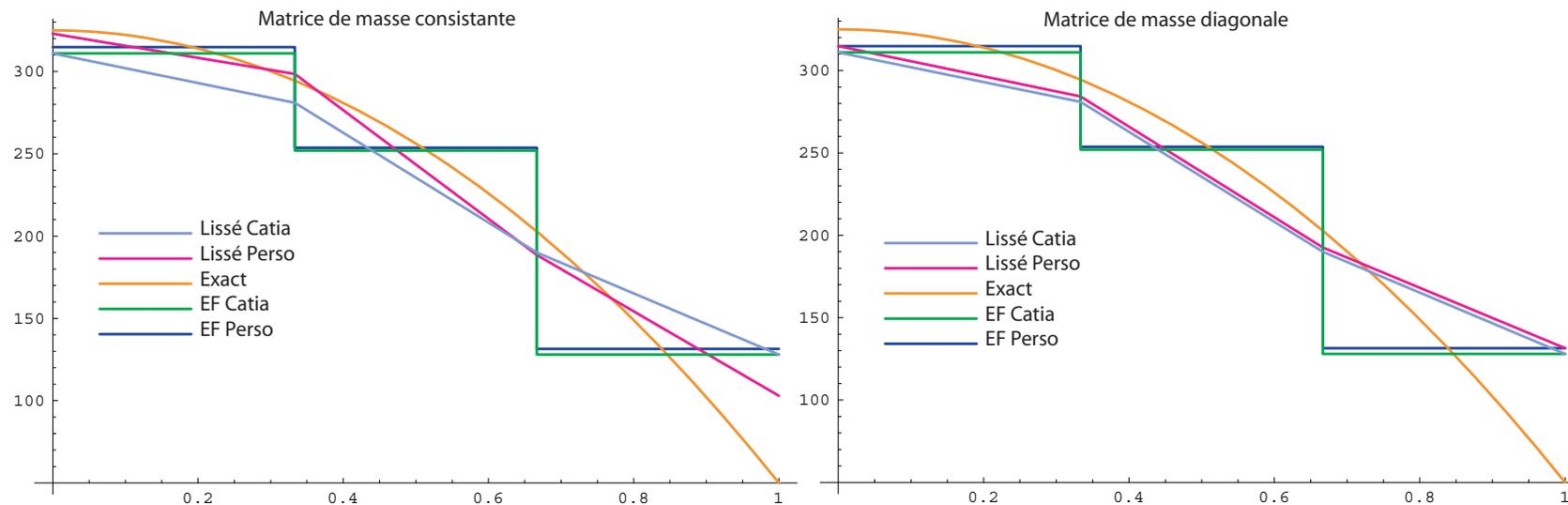
$$= \{N^*\}^T [M] \{N^*\} + \int_0^L [N_h(x)]^2 dx - 2 \{N^*\}^T \int_0^L [\Phi]^T N_h(x) dx$$

- ✓ Résolution d'un système linéaire

$$\cancel{[M] \{N^*\} = \int_0^L [\Phi]^T N_h(x) dx} \longrightarrow [M_D] \{N^*\} = \int_0^L [\Phi]^T N_h(x) dx$$

- ✓ Possibilité d'imposer l'équilibre sur la frontière (ZZ+)

Allure des efforts lissés obtenus



Calcul des erreurs

■ Erreurs estimée et exacte

✓ Erreur ZZI
$$e_{ZZI}^2 = \int_0^L [N_h(x) - N^*(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) - N^*(x)] dx$$

✓ Erreur exacte
$$e_{ex}^2 = \int_0^L [N_h(x) - N_{ex}(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) - N_{ex}(x)] dx$$

■ Calcul explicite

- ✓ Nécessite le calcul de 3 termes

$$\begin{aligned} ES e_{ZZI}^2 &= \int_0^L [N_h(x)]^2 dx + \int_0^L [N^*(x)]^2 dx - 2 \int_0^L [N^*(x) N_h(x)] dx \\ &= \{N^*\}^T [M] \{N^*\} + \sum_{i=1}^{N_e} (N_h^i)^2 L_e - 2(N_h^i) \int_0^L \{\Phi\}^T dx \{N^*\} \end{aligned}$$

- ✓ Intégration exacte pour l'erreur exacte

■ Erreurs élémentaires

- ✓ Idem, mais les intégrales sont locales aux éléments

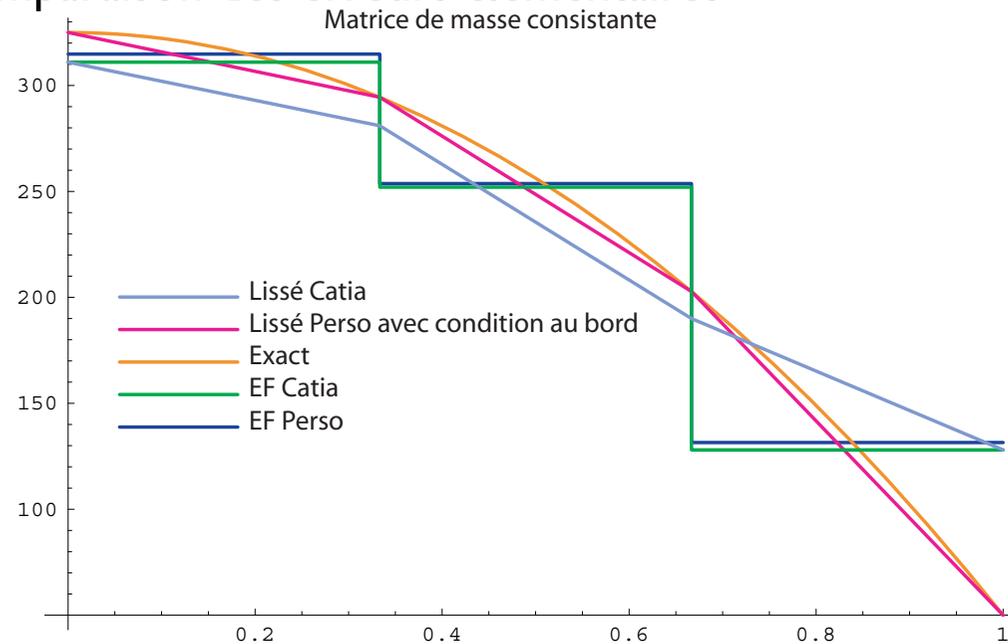


Résultats comparés

■ Comparaison des erreurs globales

Catia	Perso	Exacte
0.0008352	0.000829904	0.000912894

■ Comparaison des erreurs élémentaires



Estimation de l'erreur pour les deux cubes

■ Erreur globale

- ✓ Estimée à 2.4%

■ Vérification : calcul de l'erreur relative à partir de l'erreur globale

- ✓ Créer un paramètre réel : erreur relative

- ✓ Lui attribuer une formule :
$$\eta_{ZZ1}^2 = \frac{e_{ZZ1}^2}{e_{ZZ1}^2 + e_{def}^2(N_h)}$$

- ✓ Résultat : 2.4%

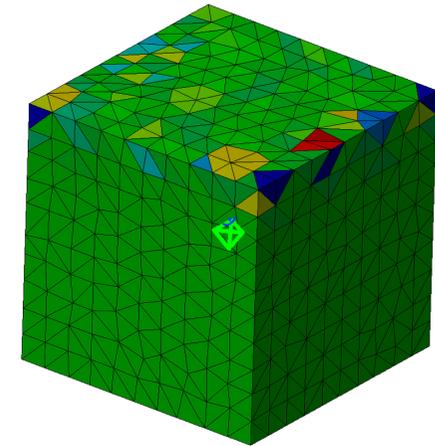
- ✓ On peut faire de même pour les erreurs élémentaires maximales

■ Erreur élémentaire maximale

- ✓ Estimée à : 0.13%

- ✓ Erreur exacte sur la quantité d'intérêt : 30%

■ L'estimateur d'erreur ne peut pas donner une information de précision sur une quantité d'intérêt



Conclusion générale

- Le calcul d'assemblage est intéressant
 - ✓ si l'on prend la peine de mailler les sous-structures en tenant compte de leur spécificité : maillage hybride
 - ✓ si l'on regarde des quantités d'intérêt "suffisamment globales"

- Le fait de ne pas pouvoir faire des maillages compatibles pour des exemples à géométrie simple est un handicap

- L'estimateur d'erreur utilisé
 - ✓ ne donne qu'une idée de la qualité globale du calcul
 - ✓ les erreurs élémentaires ne reflètent pas les erreurs locales sur la contrainte par exemple
 - ✓ ne peut donc pas être utilisé pour des calculs de marges

