

# Connexions entre pièces

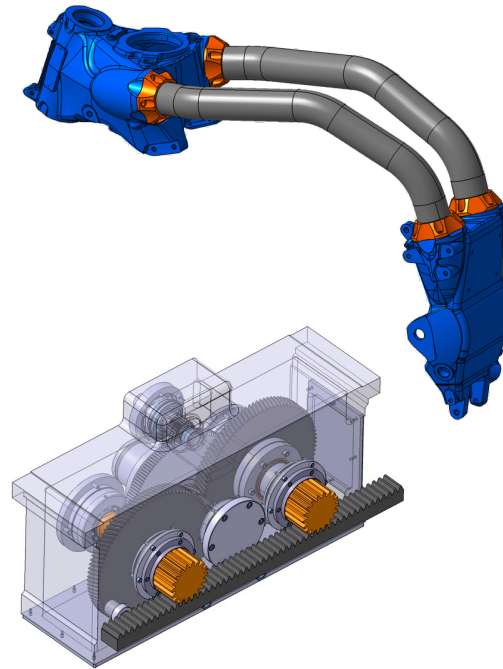
## Intérêts et limites, notion d'erreur

- François Louf
  - ✓ Maître de Conférences
  - ✓ DGM - ENS de Cachan

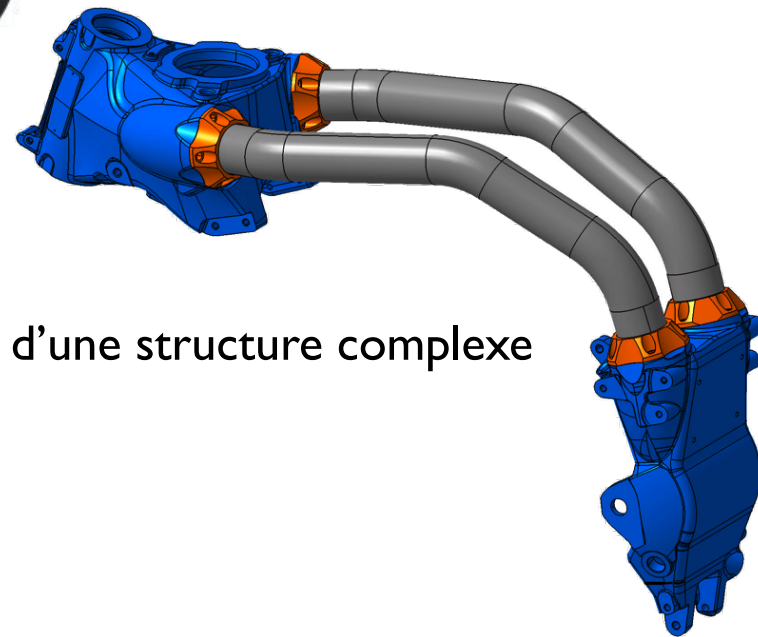


# Plan de l'exposé

- Présentation du premier support
  - ✓ Rigidité d'un cadre de moto
  - ✓ Comparaison avec un essai
- Présentation du second support
  - ✓ Dimensionnement d'une frette conique
  - ✓ Comparaison avec un calcul de référence
- Atouts et limites du calcul d'assemblages
- Estimation d'erreur : un outil fiable ?
  - ✓ Notion d'erreur exacte et estimée
  - ✓ Mise en oeuvre de l'estimateur ZZI sur un cas ID
  - ✓ Mise en oeuvre de l'estimateur ZZI sur un cas avec connexions
- Conclusions



# Connexions entre pièces



- Premier support : analyse globale d'une structure complexe



# Présentation du premier support

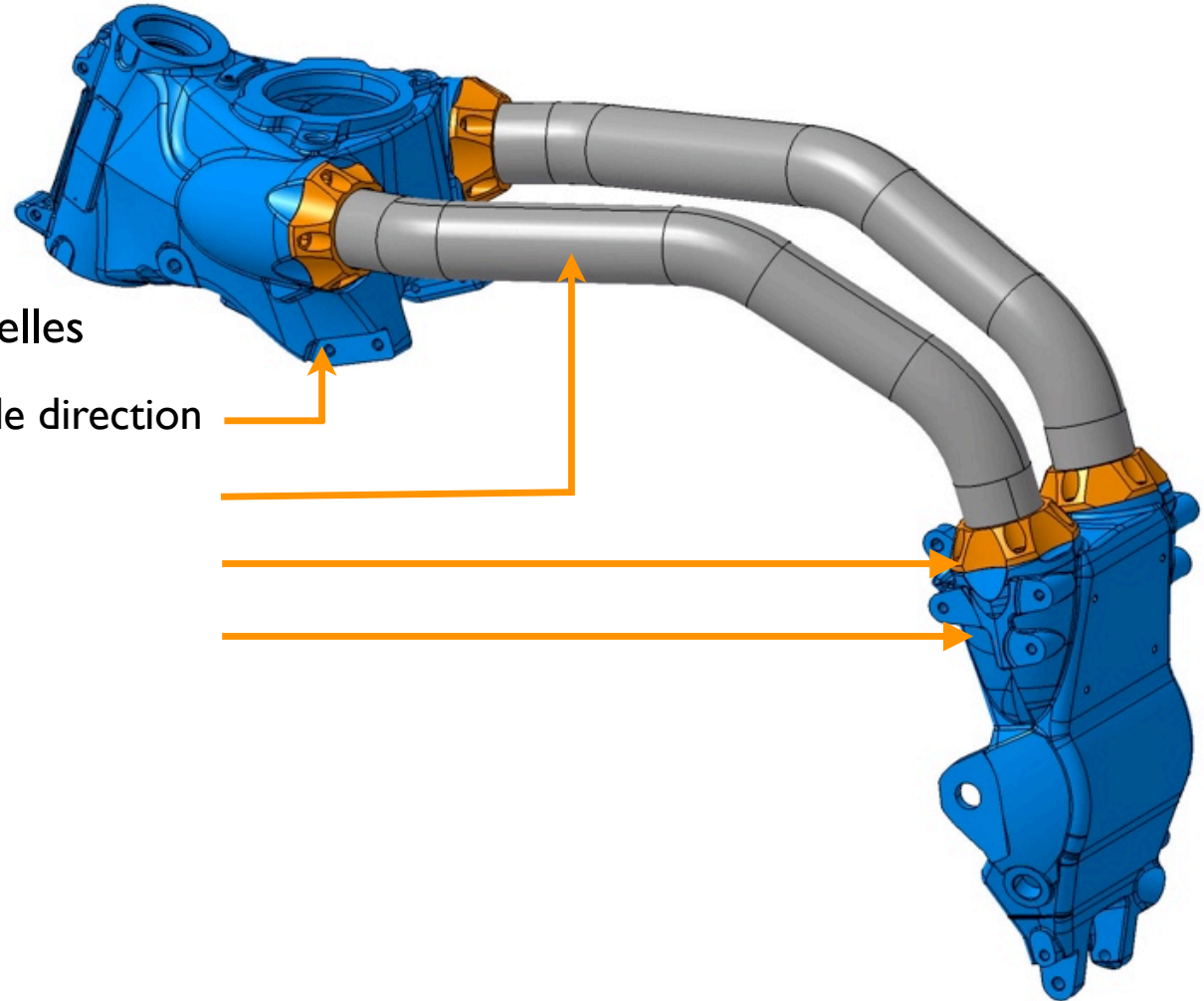
- Problématique : réduction du coût et de la masse d'un cadre de moto à rigidité constante
  - ✓ Dossier industriel de Grégory Guire (Agrégation Mécanique 2006)
  - ✓ Partenariat avec Voxan
  
- Démarche de résolution suivie
  - ✓ Qu'est ce que la rigidité d'un cadre ?
    - Flexion
    - Torsion
  - ✓ Identification des deux rigidités de la structure actuelle via deux essais
  - ✓ Validation d'un modèle éléments finis représentant la structure actuelle
  - ✓ Proposition de modifications structurelles
  - ✓ Validation ou pas des modifications par essais virtuels



# Analyse de la structure existante

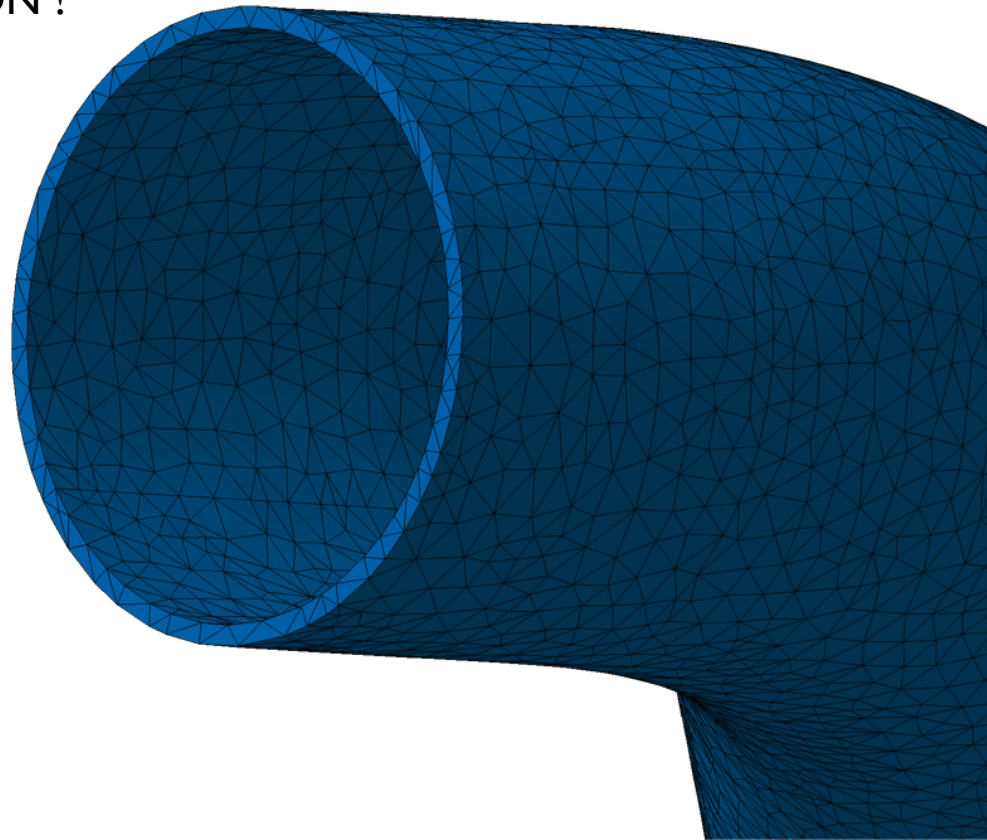
## ■ Les pièces essentielles

- ✓ Carter colonne de direction
- ✓ Tubes (x2)
- ✓ Colerettes
- ✓ Carter d'huile
- ✓ Vis d'assemblage




# Démarche de modélisation I

- Construire l'assemblage des pièces participant à la rigidité du cadre
  - ✓ Appliquer les contraintes d'assemblage
- Construire un modèle EF directement ?
  - ✓ NON !

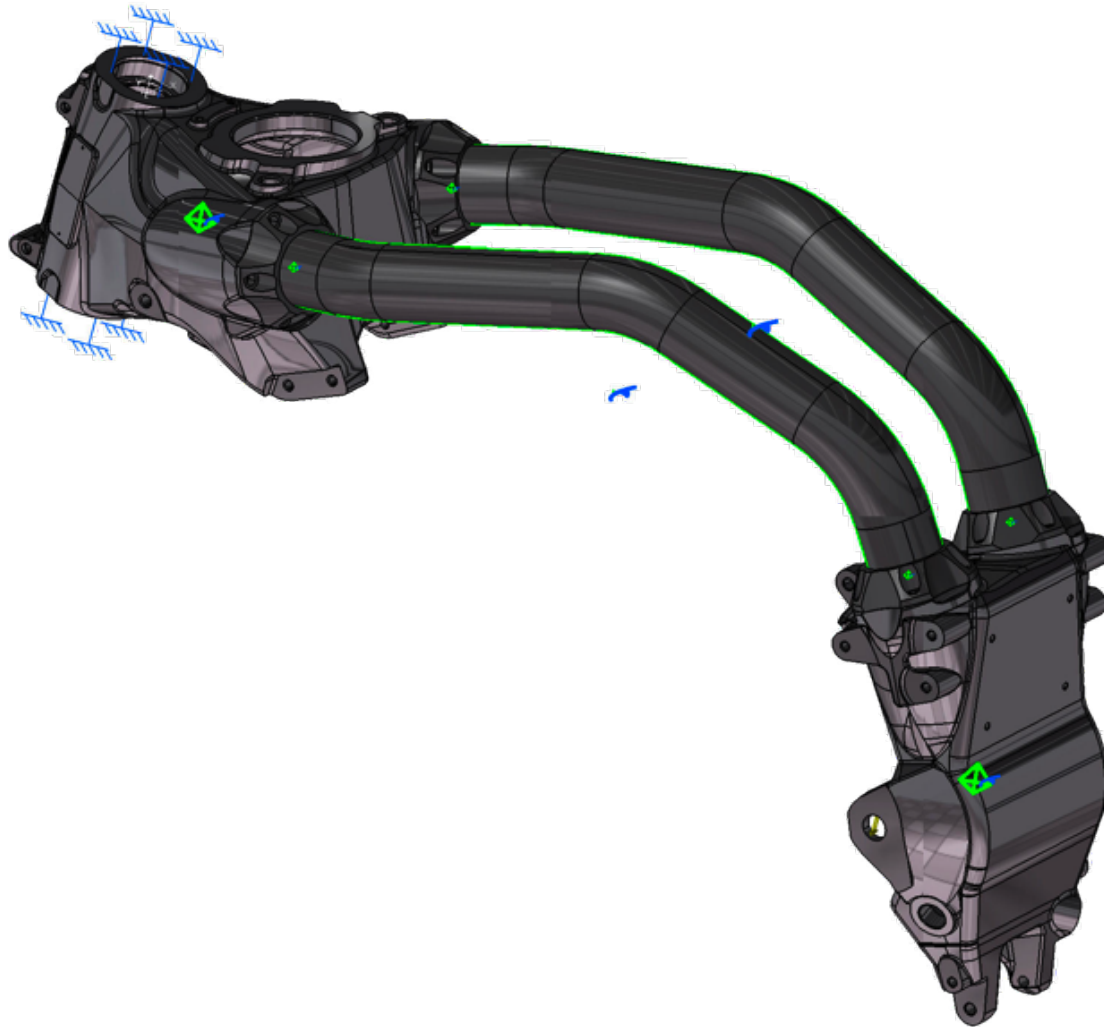


# Démarche de modélisation II

- Solution
  - ✓ Utiliser un maillage hybride constitué d'éléments massifs pour les carters, et coques pour les tubes
- Extraire la surface moyenne des tubes, et lui appliquer un matériau
- Reconstruire l'assemblage (hybride) des pièces participant à la rigidité du cadre
  - ✓ Appliquer les contraintes d'assemblage
- Définir les connexions entre les différentes sous-structures
  - ✓ Connexions "soudées" : tous les ddl sont transmis 
  - ✓ Éléments coques : 6 ddl par noeud (ux, uy, uz, rx ry rz)
  - ✓ Éléments massifs : 3 ddl par noeud (ux, uy, uz)



# Comparaison essai-modèle EF





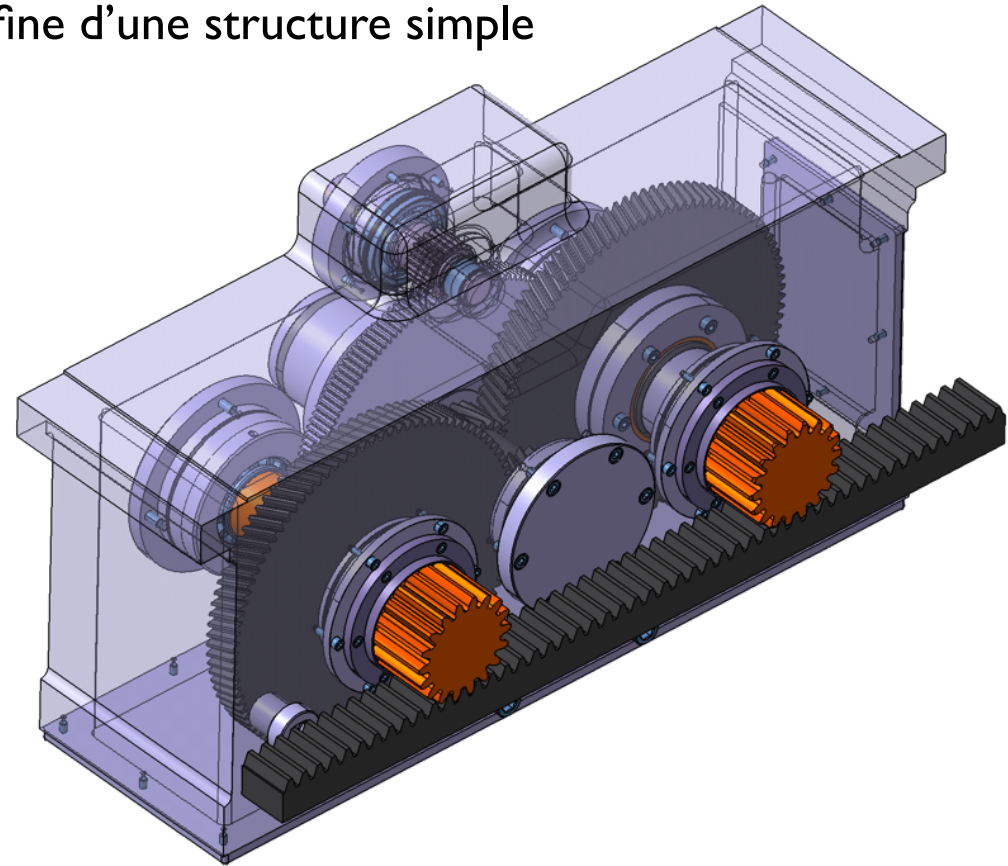
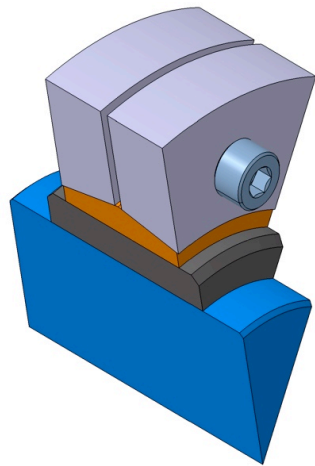
# Bilan du premier exemple

- La possibilité de connexions entre maillages hybrides permet de traiter des exemples inaccessibles avec des maillages homogènes
- Le calcul permet de trouver des résultats proches de résultats expérimentaux
- Les quantités comparées sont très globales
  - ✓ Déplacement à une extrémité de la structure
- La connexion d'éléments coques et massifs pose de vrais problèmes sur le fond
  - ✓ degrés de liberté différents
  - ✓ risque d'erreurs numériques localement importantes



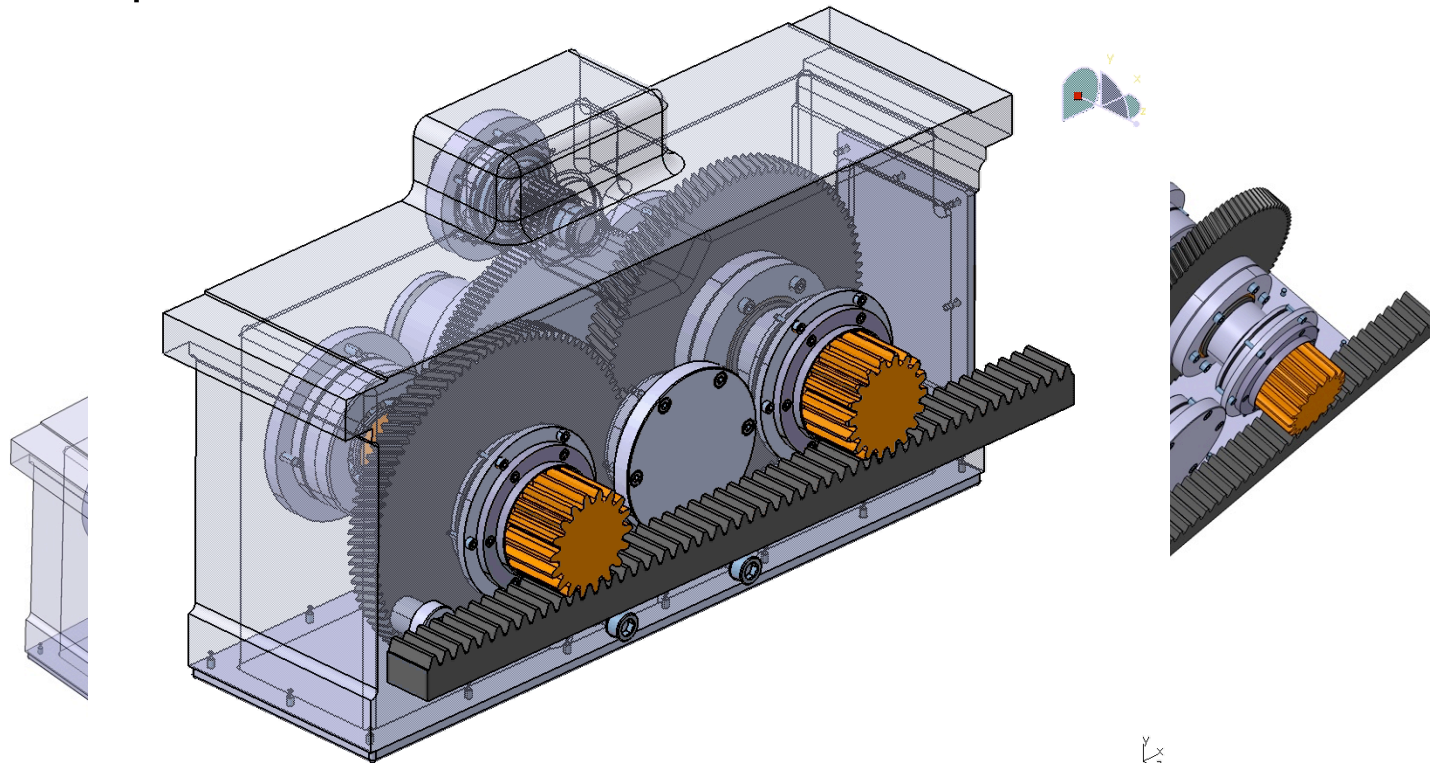
# Connexions entre pièces

- Second support : analyse fine d'une structure simple



# Présentation du second exemple

- Boite d'avance de machine-outil (Henri Line)
  - ✓ Sujet de BE (agrégation de mécanique 1999)
  - ✓ Développé pour des "BE numériques" à l'ENS de Cachan (MI)
- Principe



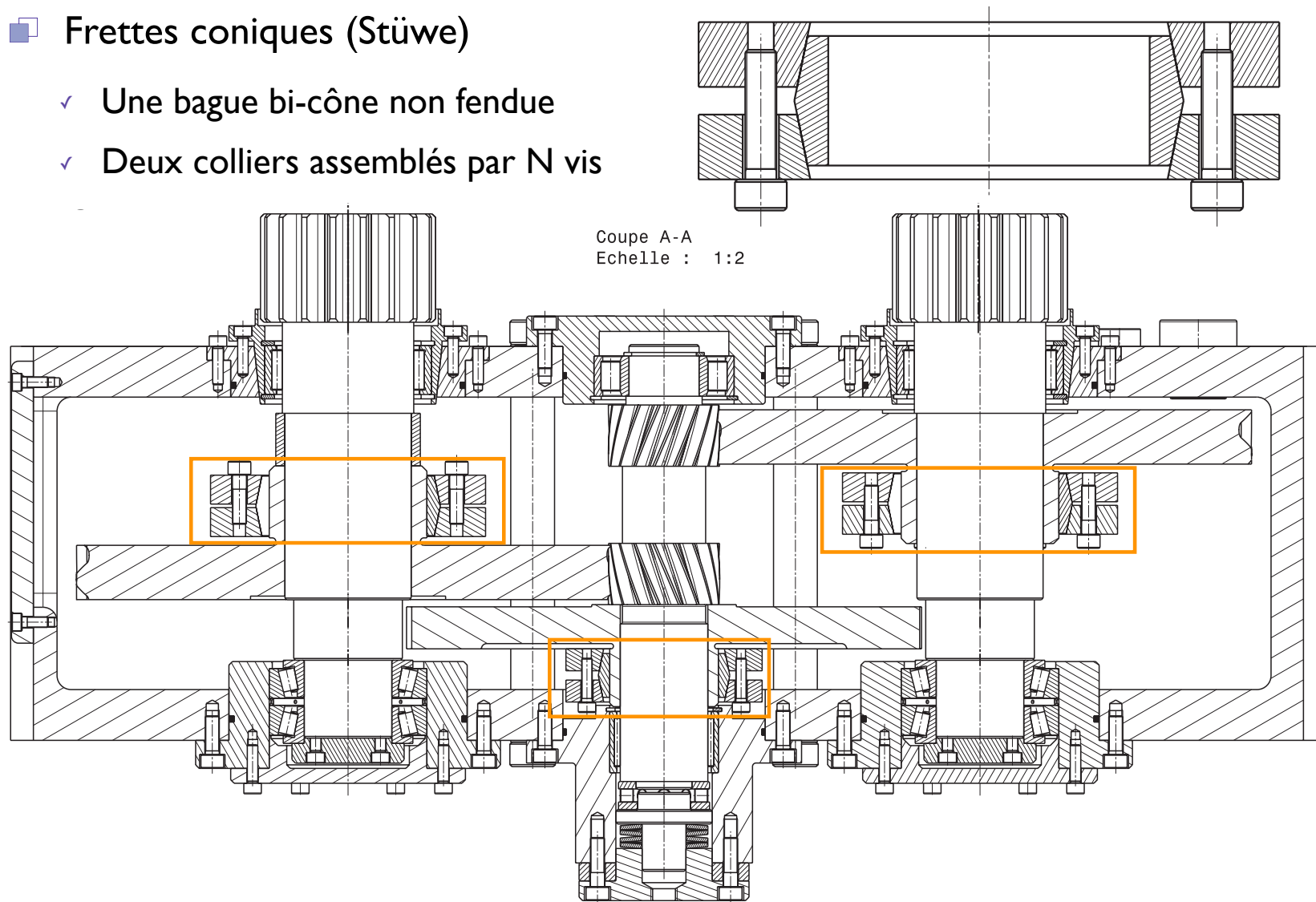
# Etudes menées avec des étudiants

- Problèmes liés à la précision de la machine
  - ✓ Jeux
  - ✓ Calcul des déformations sous charge
    - Flexion des dents
    - Flexion, torsion des arbres
    - Déformations dans les roulements
- Solutions envisagées par le constructeur
  - ✓ Deux arbres de sortie, dentures hélicoïdales, précharge par rondelles élastiques
  - ✓ Montages de roulements hyperstatiques et précontraints
- Problèmes liés à la transmission du couple (sortie)
  - ✓ Couple à transmettre : 2250 N.m
  - ✓ Transmission sans jeu
  - ✓ Montage possible (calage angulaire) ?



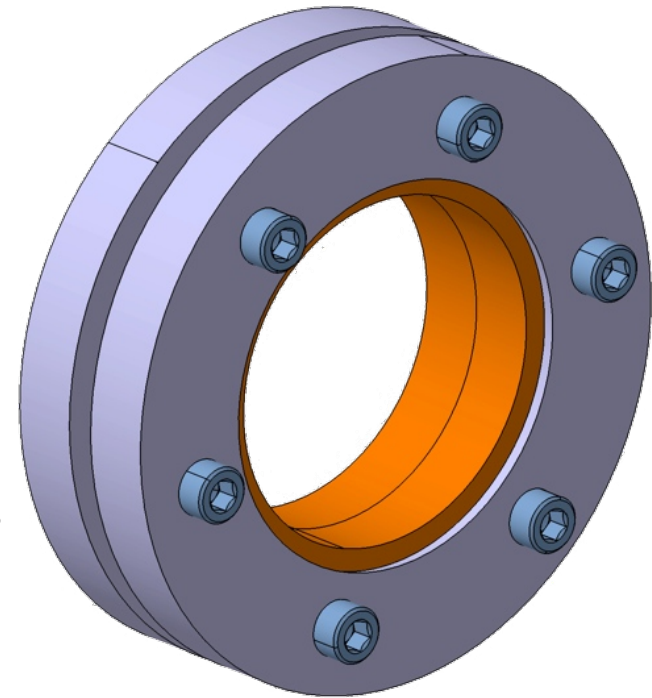
# Solution constructeur

- Frettes coniques (Stüwe)
  - ✓ Une bague bi-cône non fendue
  - ✓ Deux colliers assemblés par N vis







# Modélisation continue du problème

- Première simplification : frottement sur les cônes négligé
- Deuxième simplification : prise en compte des symétries
  - ✓ Périodicité : modélisation d'un secteur angulaire (angle  $2\pi/N$ )
- Troisième simplification : sans les vis
  - ✓ Les vis sont remplacées par des pressions uniformes à calculer
  - ✓ Une symétrie axiale apparaît
  - ✓ Le problème devient axisymétrique
  - ✓ Modèle le plus simple et le moins coûteux !
- Calcul de la précharge
  - ✓ Couple de serrage imposé par constructeur
  - ✓ Calcul du couple de frottement sous tête
  - ✓ Calcul du couple de frottement dans les filets
  - ✓ Obtention de la relation liant :
    - couple de serrage et précharge



# Modélisation éléments finis dans CATIA

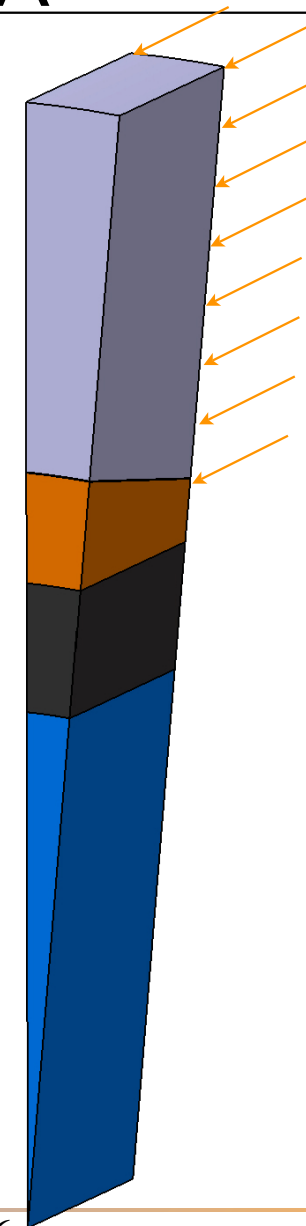
- Géométrie
  - ✓ Pas d'éléments axisymétriques dans CATIA
  - ✓ Calcul sur un secteur angulaire quelconque
- Conditions aux limites
  - ✓ Symétrie axiale (arbre, roue, bi-cône) 
  - ✓ Axisymétrie (sur tous les flancs) 
- Chargement
  - ✓ Pression uniforme sur le collier (calculée) 
- Liaisons entre solides
  - ✓ Contact sans frottement entre 
    - › arbre et roue avec jeu (donnée constructeur)
    - › roue et bi-cône (donnée constructeur)
    - › bi-cône et collier

Collier

Cone

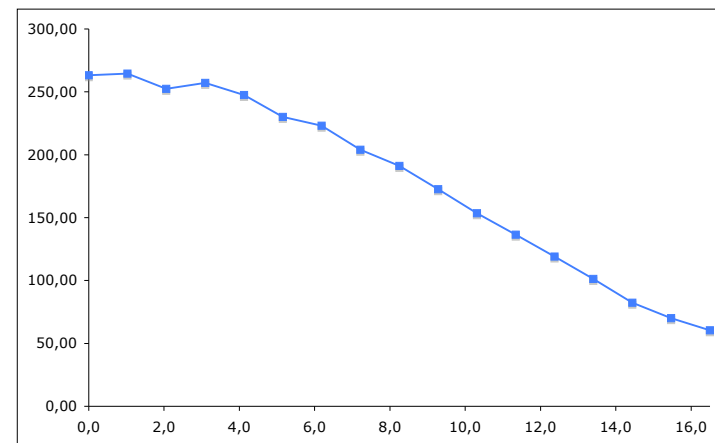
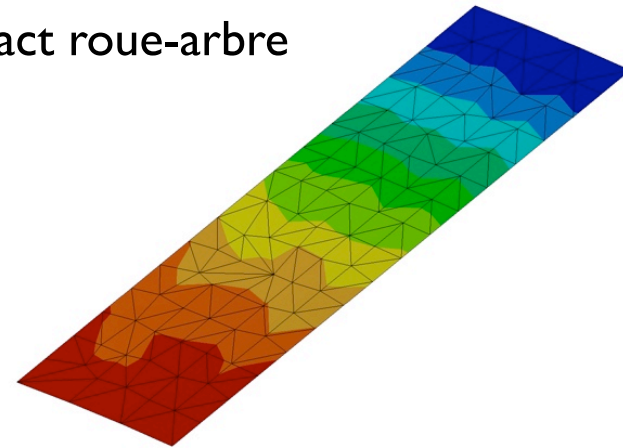
Roue

Arbre



# Résultats

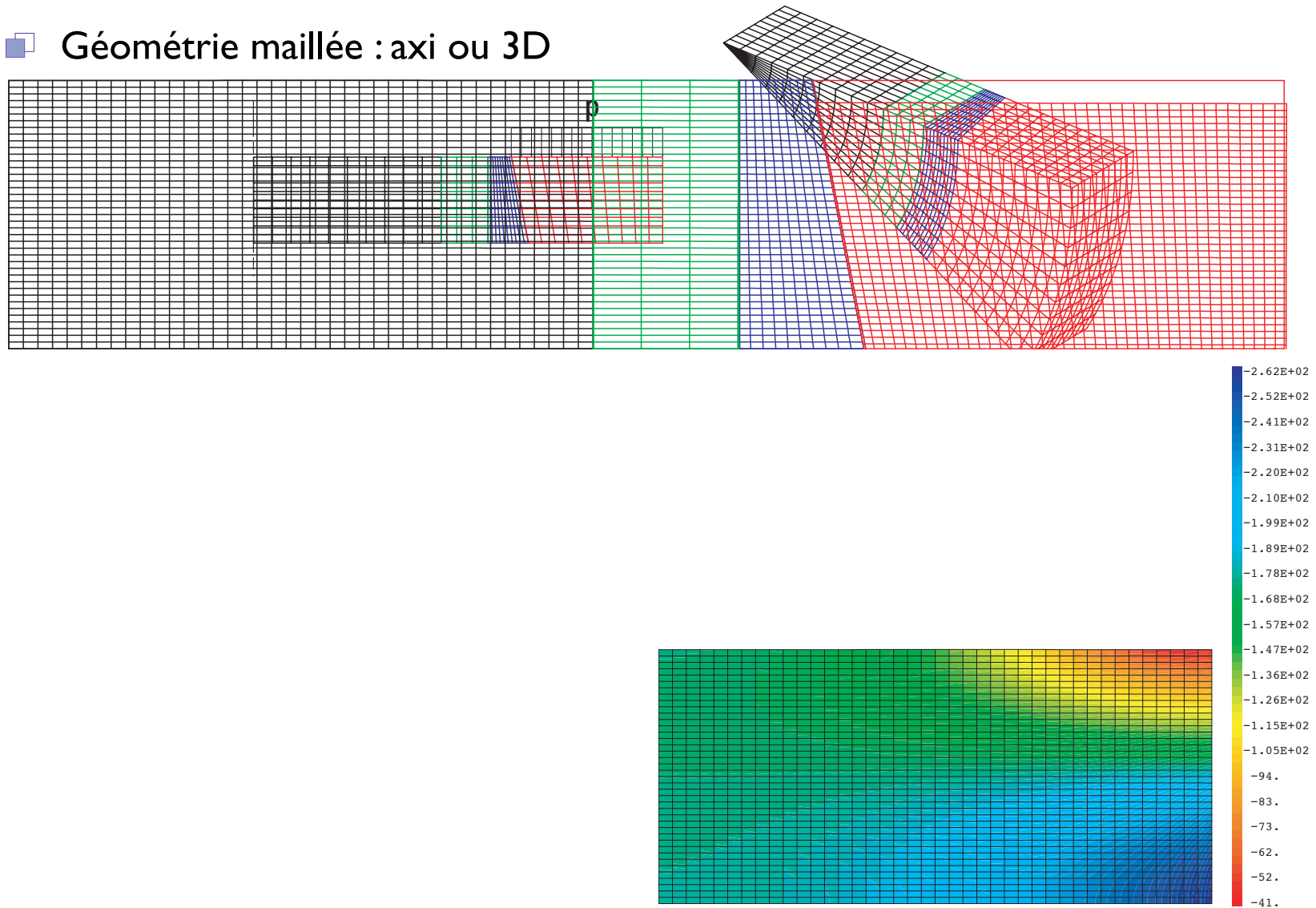
- Obtention du champ de pression au contact roue-arbre
  - ✓ A peu près axisymétrique
  - ✓ Mais maillage non axisymétrique
  - ✓ Pression lissée : valeurs aux noeuds
  - ✓ Export des résultats en fichier texte
- Evolution de la pression sur un bord
  - ✓ Récupérer dans Excel les valeurs sur un bord
  - ✓ Tracer la pression
    - Pression mini : 60 MPa
    - Pression maxi : 264 MPa
  - ✓ Intégrer : ( $\mu = 0.15$ )
    - Couple : 7220 N.m
    - Effort :  $2.01E+5$  N





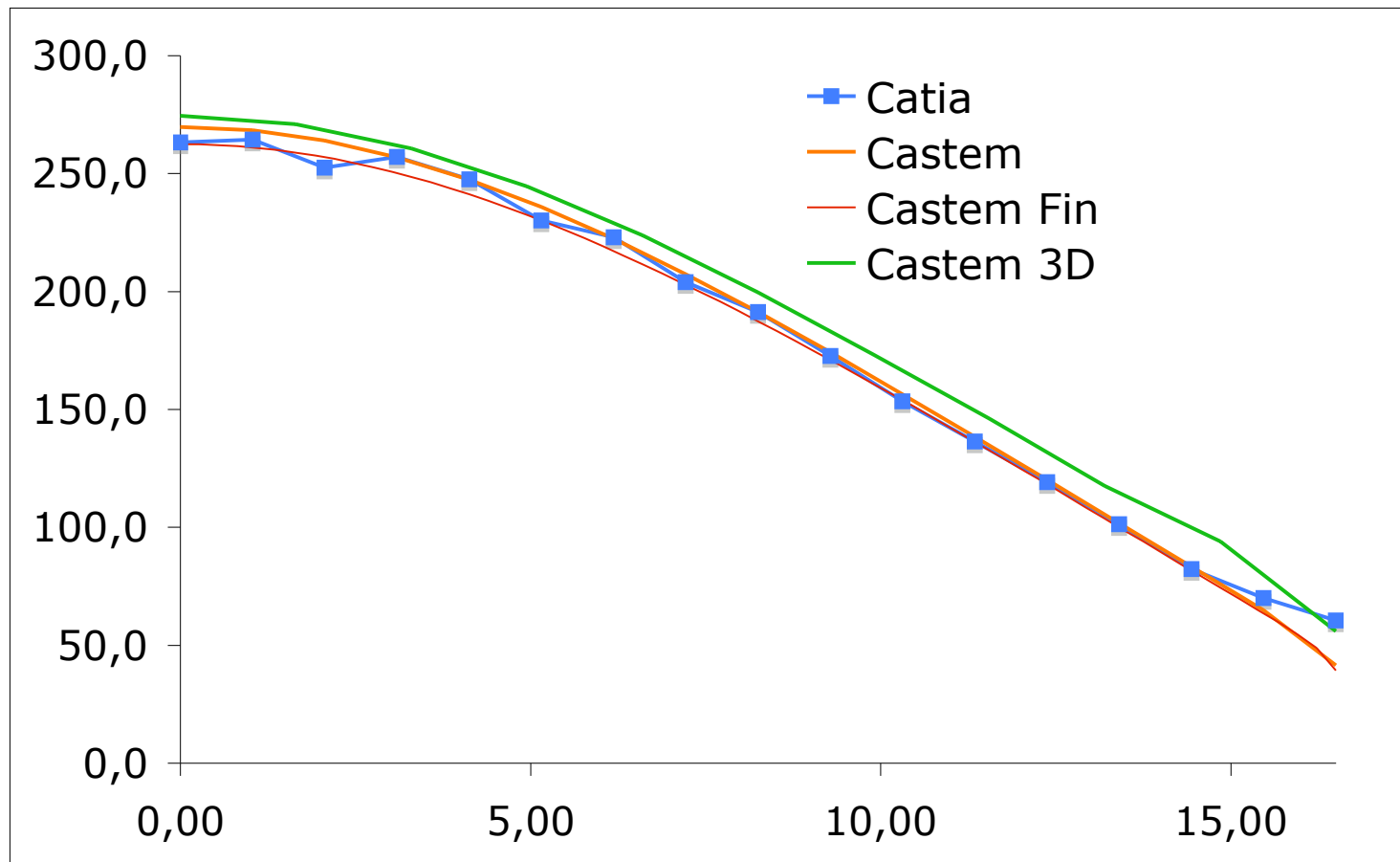
# Calcul similaire dans Cast3M

■ Géométrie maillée : axi ou 3D



# Comparaison Catia - Castem

■ Comparaison des répartitions de pression



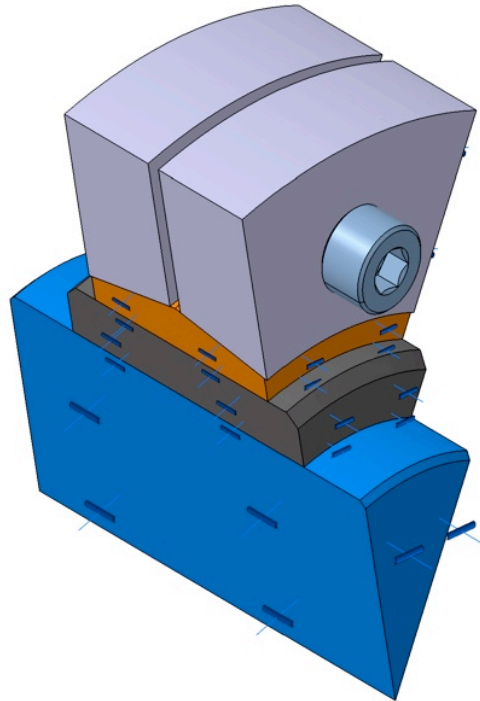
# Informations sur le traitement du contact

- Dans Castem (maillages compatibles)
  - ✓ On boucle sur les noeuds de la surface (1)
  - ✓ On trouve le noeud en vis à vis sur la surface (2)
  - ✓ On calcule la normale de contact
  - ✓ On écrit la condition de non-pénétration (ou de collage) sur les degrés de liberté impliqués (opérateur RELA)
- Dans Catia (maillages incompatibles)
  - ✓ On boucle sur les noeuds de la surface (1)
  - ✓ On calcule la normale de l'élément (E2) de la surface (2) en vis à vis du noeud
  - ✓ On projette le noeud selon la normale sur (E2) : on obtient un noeud virtuel
  - ✓ Le déplacement de ce noeud virtuel est une combinaison linéaire des déplacements des noeuds de l'élément (E2)
  - ✓ On écrit une relation entre les degrés de liberté impliqués



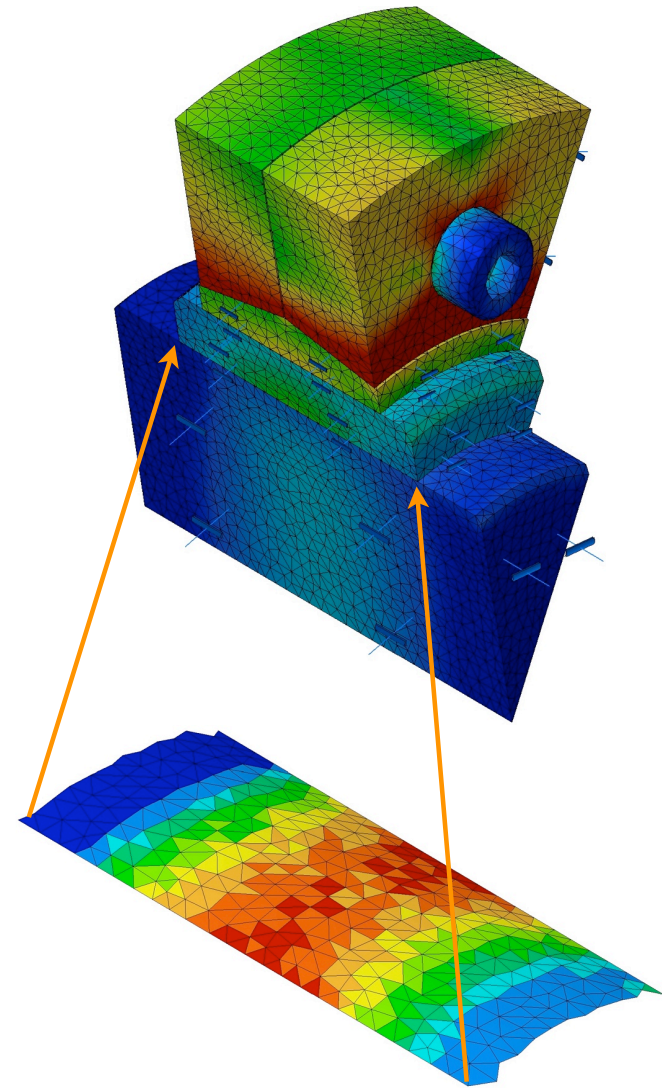
# Qualité de la modélisation simple ?

- Approximation sans vis correcte ?
  - ✓ Calcul CATIA avec vis et précharge sur un secteur angulaire  $2\pi/N$
  - ✓ Roue plus longue que la bague bi-cône



# Résultats du calcul complet

- Contrainte de Von Mises
- Pression au contact roue-arbre
  - ✓ Pression maxi : 219 MPa
  - ✓ Pression mini : 0 MPa
- La pression est non nulle sur une zone plus longue que la bague bi-cône
  - ✓ La valeur maximale est plus faible

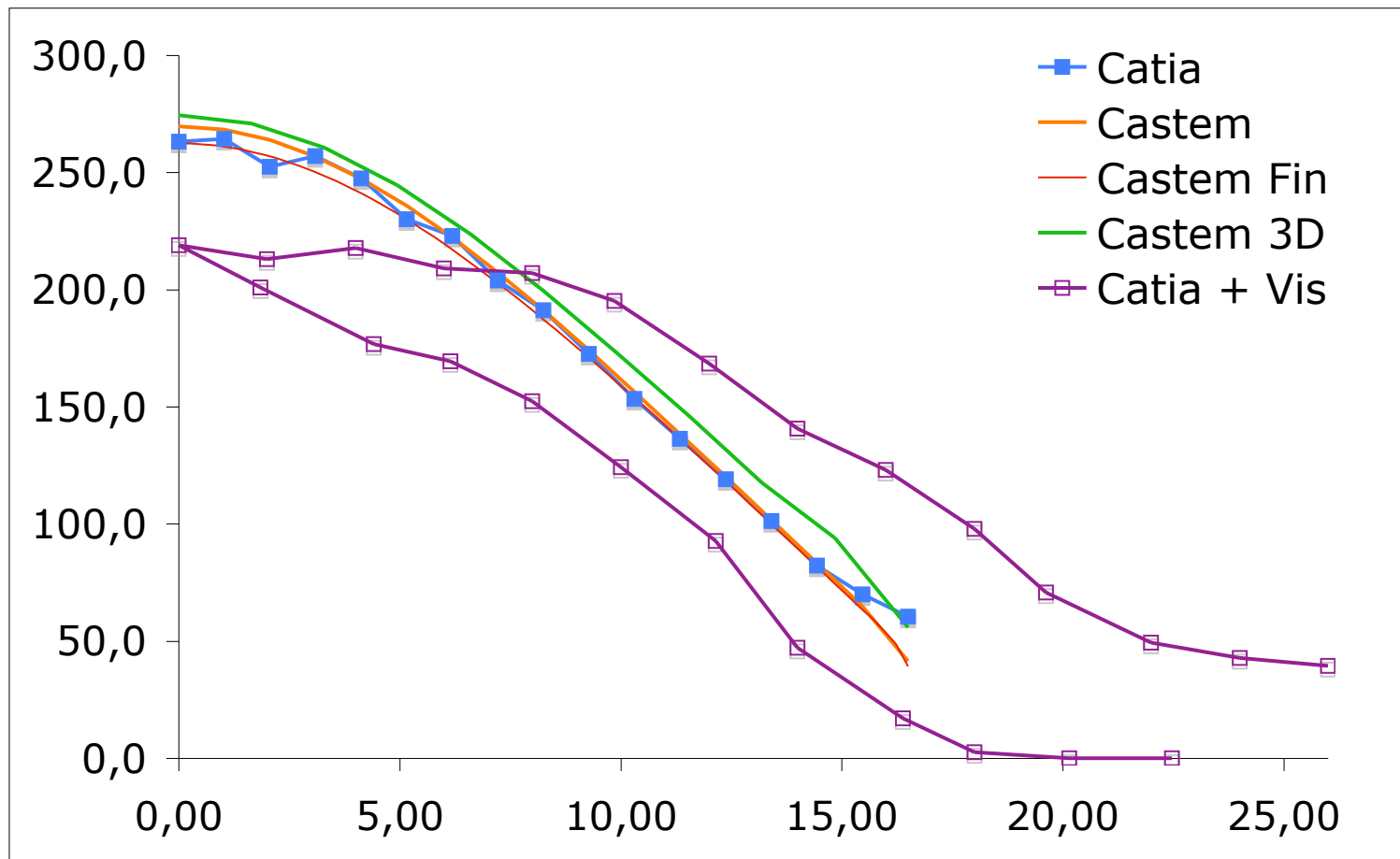


# Comparaison des pressions

■ Pression le long du contact

✓ Couple : 7232 N.m

✓ Effort : 2.09E5 N



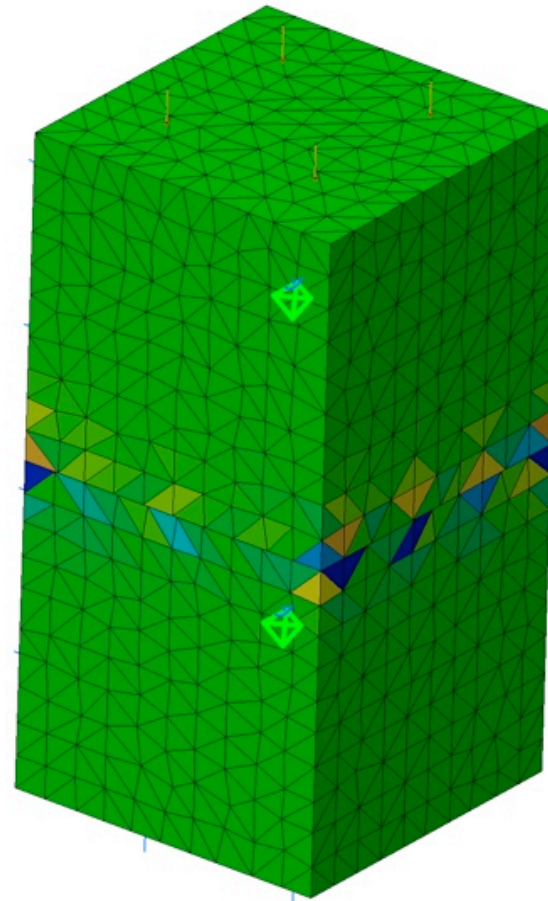
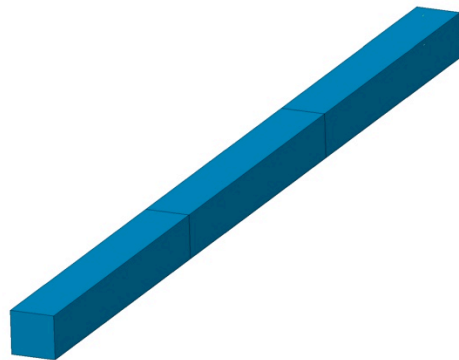
# Conclusion partielle

- Le calcul Catia semble de bonne qualité
- Il est difficile de faire un post-traitement fin
- Maillages a priori incompatibles aux interfaces
  - ✓ Assez difficile de faire des maillages compatibles
  - ✓ Problèmes pour les connecter
- Est-ce pénalisant de faire des calculs avec maillages incompatibles ?



# Un peu d'estimation d'erreur

- L'estimation d'erreur dans Catia
  - ✓ Intérêt d'un estimateur d'erreur
  - ✓ Contenu scientifique de l'outil
  - ✓ Un outil fiable ?





# Exemple test académique

## ■ Problème posé

- ✓ Deux solides parallélépipédiques identiques (géométrie et matériaux)
- ✓ Solidaires au niveau de l'interface
- ✓ Sollicités en compression

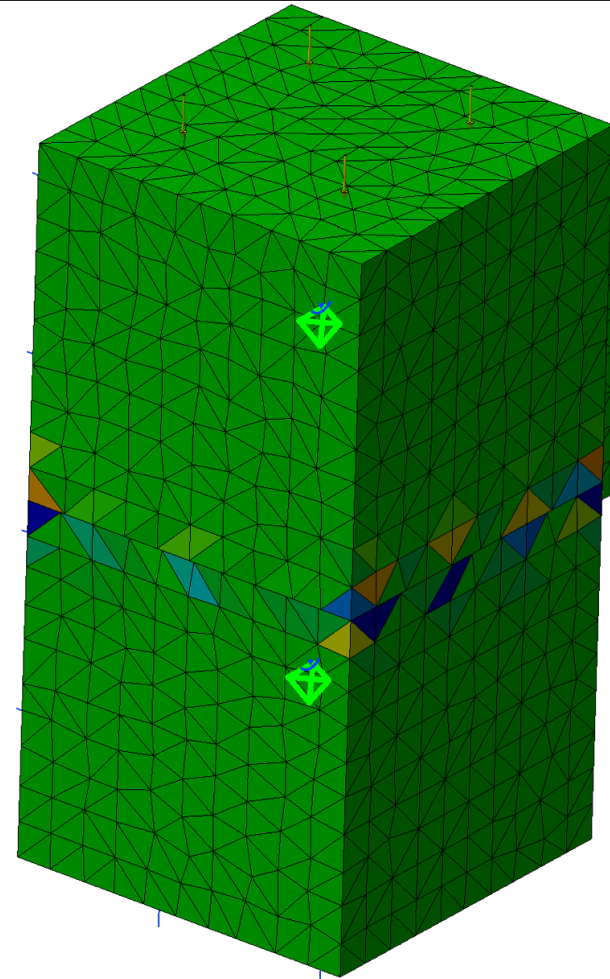
## ■ Solution exacte

- ✓ Compression pure : une seule composante du tenseur des contraintes est non-nulle
- ✓ Sa valeur est celle de la pression




# Résultats et erreur exacte

- Si on laisse faire Catia
  - ✓ Tracé de la composante non-nulle
- Erreur maximale pour le calcul
  - ✓ Sur la contrainte non nulle : 30%
    - Contrainte maxi éléments finis : 130 MPa
    - Contrainte maxi exacte : 100 MPa

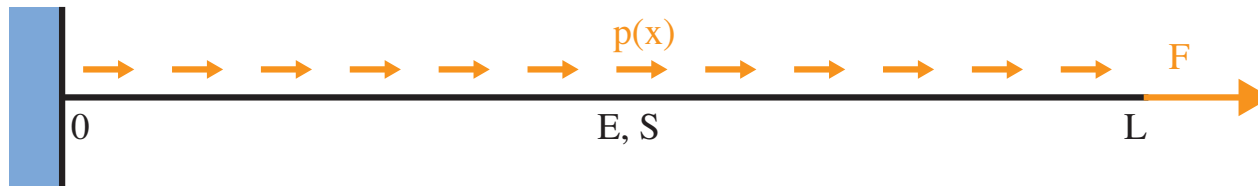


# Notion d'estimation d'erreur

- La solution exacte est généralement inconnue (99.999% des cas !)
- Idée
  - ✓ Introduction d'un estimateur d'erreur
  - ✓ Estimateur global : idée sur la qualité du calcul
  - ✓ Estimateur local : idée sur la qualité d'une quantité d'intérêt
- Trois grands types d'estimateurs d'erreur
  - ✓ Lissage des contraintes (Zienkiewicz Zhu)
  - ✓ Résidus d'équilibre (Babuska Rheinboldt)
  - ✓ Erreur en relation de comportement (Ladevèze)
- Estimateur programmé dans Catia
  - ✓ ZZI (I pour première génération, le plus simple)
  - ✓ Il s'appelle plus positivement "précision" dans Catia 
  - ✓ Fonctionnement de cet estimateur ?
  - ✓ Performances de cet estimateur ?



# Support d'étude très simple



## ■ Modèle continu (Cas 1D de traction compression)

- ✓ Equations de liaisons

$$u(x = 0) = 0$$

- ✓ Equations d'équilibre

$$\frac{dN}{dx} + p(x) = 0 \quad \forall x \in [0, L] \quad \text{et} \quad N(L) = F$$

- ✓ Relation de comportement

$$N(x) = ES\varepsilon(x)$$

## ■ Objectif : comparer

- ✓ Erreur exacte
- ✓ Erreur calculée dans Catia : permet de vérifier la qualité de l'estimateur
- ✓ Erreur recalculée à la main : permet de vérifier ce qui est écrit dans la doc°



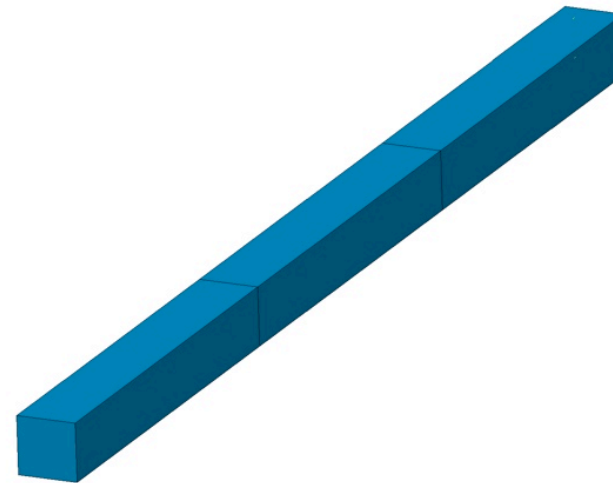
# Calcul du cas ID dans Catia

## ■ Calcul EF ID

- ✓ Calcul sur un barreau en traction
- ✓ Un seul élément dans la section, trois éléments en longueur
- ✓ Exercer un effort de traction en bout
- ✓ Exercer un effort de traction volumique **linéaire** en important les valeurs à partir d'un tableau Excel

## ■ Résultats

- ✓ Contrainte de traction
- ✓ Erreurs globale, élémentaires, relative



# Propriétés de la solution EF

- Un estimateur d'erreur est basé sur un des défauts (résidus) de la solution EF : il faut les connaître
- Propriétés de la solution éléments finis
  - ✓ Equations de liaison vérifiées
    - Formulation éléments finis en déplacement
  - ✓ Relation de comportement vérifiée
    - Quantité statique calculée à partir de la relation de comportement
  - ✓ Equations d'équilibre non vérifiées
    - Résidus intérieur et bord
    - **Contrainte non régulière à la traversée d'un élément**



# Principe de ZZI

- Idée : Construction d'un champ de contraintes lissé
- ✓ Interpolé sur les fonctions de forme éléments finis  $N^*(x) = [\Phi]\{N^*\}$
- ✓ Minimisant une distance (moindre carrés) avec le champ élément finis  $N_h(x)$
- Calcul d'une erreur absolue

Catia

- ✓ Avec un sens énergétique

$$e_{ZZ1}^2 = \int_0^L [N_h(x) - N^*(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) - N^*(x)] dx$$

- Calcul d'une erreur relative

- ✓ Diviser par une énergie
- ✓ Plusieurs solutions :

- Energie de déformation

$$d^2 = \int_0^L N_h(x) \frac{1}{ES} N_h(x) dx$$

- Ou encore

$$d^2 = \int_0^L [N_h(x) + N^*(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) + N^*(x)] dx$$

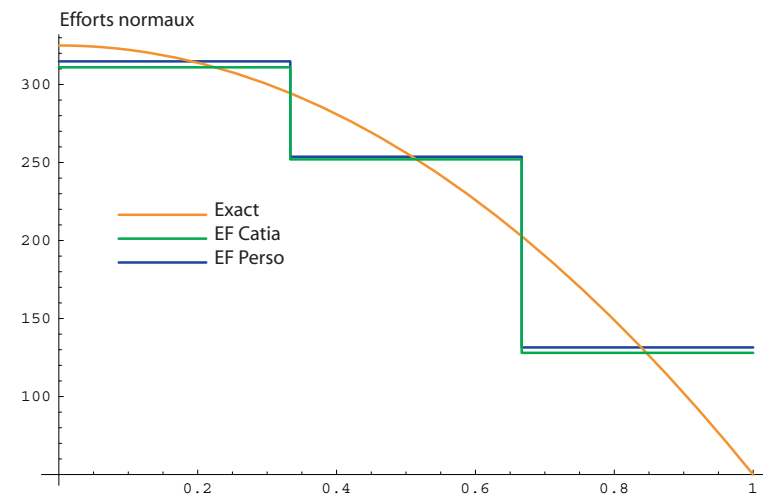
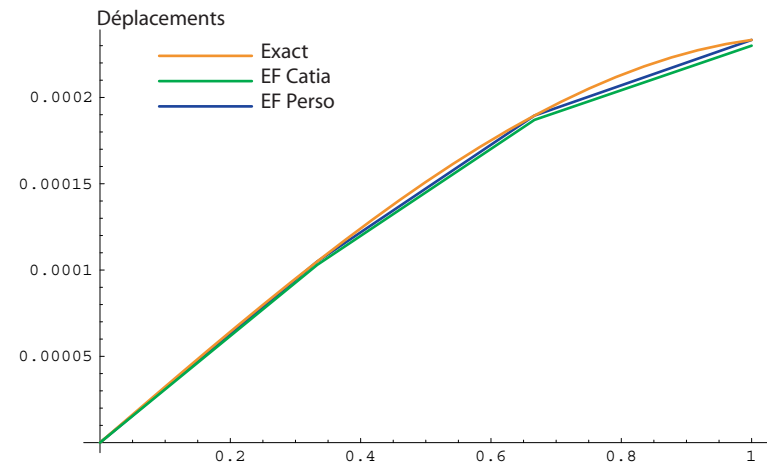
- Choix fait pour Catia

$$d^2 = \int_0^L N_h(x) \frac{1}{ES} N_h(x) dx + e_{ZZ1}^2$$



# Comparaison des résultats EF, exacts

- Effort  $p(x)$  linéaire
- Allure des déplacements
  - ✓ Solutions EF Catia et “à la main” proches
  - ✓ Propriété de super-convergence en ID
- Allure des efforts normaux
  - ✓ Calculés à partir de la relation de comportement
  - ✓ Discontinus
  - ✓ Equilibre bord non vérifié





# Calcul du champ de contrainte lissé

## Reconstruction du champ de contrainte lissé

- ✓ Minimisation d'un écart au sens des moindres carrés

$$\int_0^L [N_h(x) - N^*(x)]^2 dx = \{N^*\}^T \int_0^L [\Phi]^T [\Phi] dx \{N^*\} + \int_0^L [N_h(x)]^2 dx - 2 \int_0^L [\Phi] \{N^*\} N_h(x) dx$$

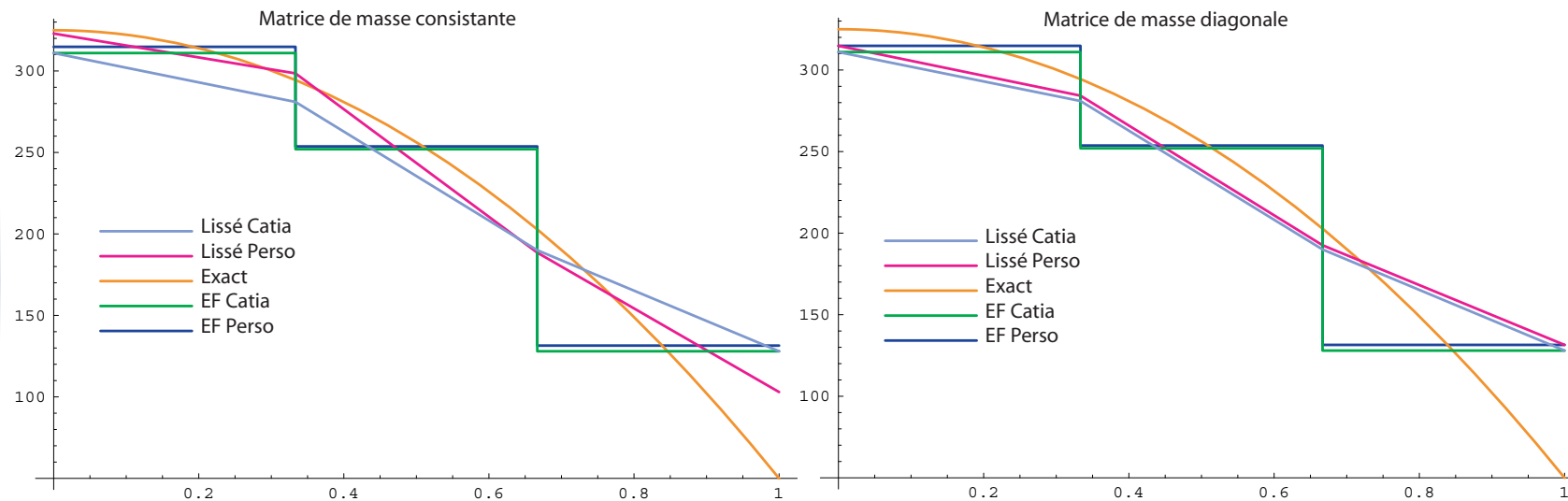
$$= \{N^*\}^T [M] \{N^*\} + \int_0^L [N_h(x)]^2 dx - 2 \{N^*\}^T \int_0^L [\Phi]^T N_h(x) dx$$

- ✓ Résolution d'un système linéaire

$$\cancel{[M] \{N^*\} = \int_0^L [\Phi]^T N_h(x) dx} \longrightarrow [M_D] \{N^*\} = \int_0^L [\Phi]^T N_h(x) dx$$

- ✓ Possibilité d'imposer l'équilibre sur la frontière (ZZ+)

## Allure des efforts lissés obtenus



# Calcul des erreurs

## ■ Erreurs estimée et exacte

✓ Erreur ZZI 
$$e_{ZZI}^2 = \int_0^L [N_h(x) - N^*(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) - N^*(x)] dx$$

✓ Erreur exacte 
$$e_{ex}^2 = \int_0^L [N_h(x) - N_{ex}(x)] \frac{1}{ES} [N_h(x) - N_{ex}(x)] dx$$

## ■ Calcul explicite

- ✓ Nécessite le calcul de 3 termes

$$\begin{aligned} ES e_{ZZI}^2 &= \int_0^L [N_h(x)]^2 dx + \int_0^L [N^*(x)]^2 dx - 2 \int_0^L [N^*(x) N_h(x)] dx \\ &= \{N^*\}^T [M] \{N^*\} + \sum_{i=1}^{N_e} (N_h^i)^2 L_e - 2(N_h^i) \int_0^L \{\Phi\}^T dx \{N^*\} \end{aligned}$$

- ✓ Intégration exacte pour l'erreur exacte

## ■ Erreurs élémentaires

- ✓ Idem, mais les intégrales sont locales aux éléments

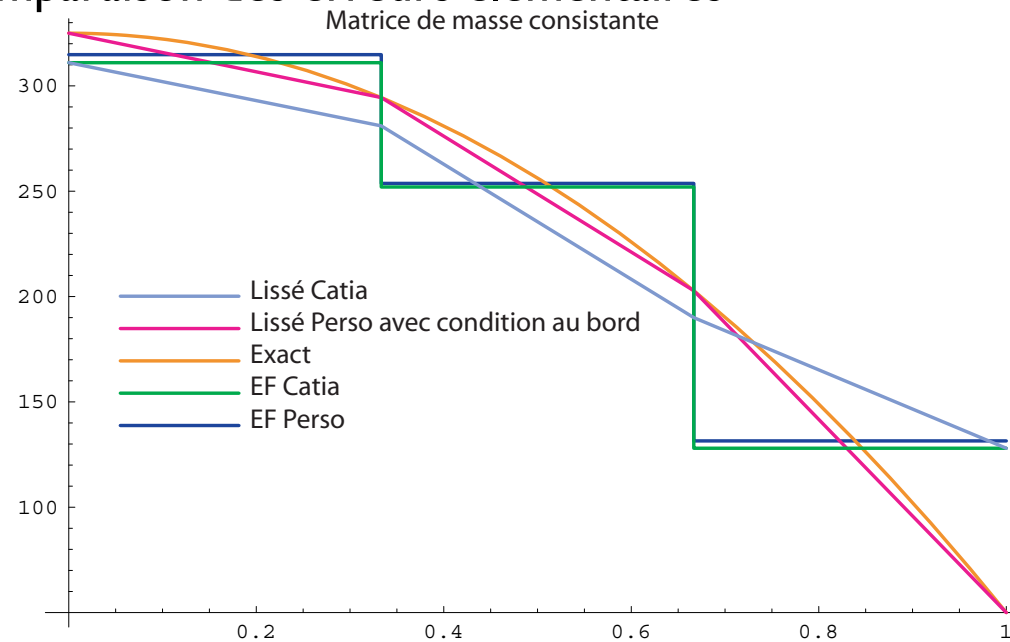


# Résultats comparés

## ■ Comparaison des erreurs globales

Catia	Perso	Exacte
0.0008352	0.000829904	0.000912894

## ■ Comparaison des erreurs élémentaires



# Estimation de l'erreur pour les deux cubes

## ■ Erreur globale

- ✓ Estimée à 2.4%

## ■ Vérification : calcul de l'erreur relative à partir de l'erreur globale

- ✓ Créer un paramètre réel : erreur relative

- ✓ Lui attribuer une formule : 
$$\eta_{ZZ1}^2 = \frac{e_{ZZ1}^2}{e_{ZZ1}^2 + e_{def}^2(N_h)}$$

- ✓ Résultat : 2.4%

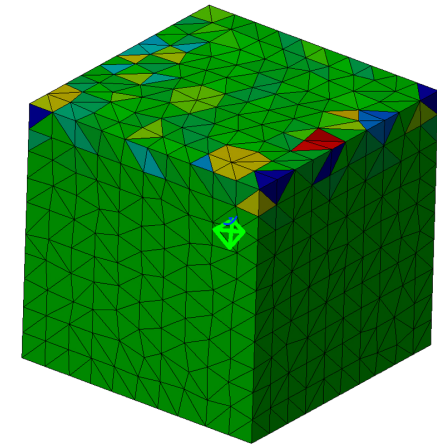
- ✓ On peut faire de même pour les erreurs élémentaires maximales

## ■ Erreur élémentaire maximale

- ✓ Estimée à : 0.13%

- ✓ Erreur exacte sur la quantité d'intérêt : 30%

## ■ L'estimateur d'erreur ne peut pas donner une information de précision sur une quantité d'intérêt



# Conclusion générale

- Le calcul d'assemblage est intéressant
  - ✓ si l'on prend la peine de mailler les sous-structures en tenant compte de leur spécificité : maillage hybride
  - ✓ si l'on regarde des quantités d'intérêt "suffisamment globales"
  
- Le fait de ne pas pouvoir faire des maillages compatibles pour des exemples à géométrie simple est un handicap
  
- L'estimateur d'erreur utilisé
  - ✓ ne donne qu'une idée de la qualité globale du calcul
  - ✓ les erreurs élémentaires ne reflètent pas les erreurs locales sur la contrainte par exemple
  - ✓ ne peut donc pas être utilisé pour des calculs de marges

